MASTER EN SCIENCES INFORMATIQUES

Interprétation Abstraite : Analyse de Mode au moyen de Formules Logiques

Nelissen, Jean-Pierre

Award date:
1991

Awarding institution:
Universite de Namur

Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix à Namur
Institut d'Informatique

Interprétation Abstraite :
Analyse de Mode au moyen de Formules Logiques

Promoteur

Professeur Le Charlier

Mémoire présenté par

Jean-Pierre Nelissen

en vue de l'obtention du grade de
Licencié et Maître en Informatique

Année académique 1990-1991

rue Grandgagnage, 21
B-5000 Namur (Belgique)

Résumé

Il va s'agir de réaliser un *interpréteur abstrait* capable d'*analyser statiquement des programmes logiques* : plus particulièrement, on s'intéresse à l'analyse des modes des variables dans les programmes logiques.

L'interpréteur abstrait est basé sur un ensemble d'algorithmes génériques présentés et prouvés corrects dans [Le Charlier 2]. L'utilisation de cet interpréteur à l'inférence des modes nécessite en outre la définition d'un domaine abstrait et d'opérations primitives sur ce domaine abstrait. Celui-ci est inspiré de [Marriot] et utilise des formules logiques normalisées disjonctives pour représenter les ensembles de substitutions abstraites.

L'implémentation de l'algorithme et des opérations primitives correspondantes est décrite. Le programme, réalisé en ANSI C, est testé sur quelques exemples de programmes Prolog et les résultats obtenus sont commentés.

Abstract

The purpose of this work is to provide a description of the design and implementation of an abstract interpreter for logic programs. The interpretation is oriented toward the analysis of mode for the program variables.

It is based on a generic algorithm presented and proved correct in [Le Charlier 2]. An appropriate abstract domain has been chosen in conjunction with the corresponding abstract operations on that domain. The domain itself has been inspired by [Marriot] and uses normalised disjunctive formulas to represent sets of abstract substitutions.

The implementation of the algorithm and of its primitives has been done in ANSI C and has been tested on a few examples of Prolog programs. The results are discussed in this paper.

I. Introduction

A. De l'interprétation abstraite...

L'*interprétation abstraite* permet d'étudier systématiquement certaines propriétés de l'exécution d'un programme : cette étude est *statique* en cela qu'on n'exécute pas le programme lui-même, mais qu'on fait subir à son code (le texte Prolog ici) un traitement ayant pour but non pas de produire un programme exécutable sur une machine déterminée, mais bien de fournir *avant exécution* certains renseignements sur le comportement du programme si il était effectivement exécuté.

La signification d'un programme est représentée par sa *sémantique* et c'est à partir de cette sémantique *concrète* que peuvent être établies les propriétés étudiées. Cependant, l'interprétation abstraite ne va pas travailler directement sur cette sémantique concrète, mais bien sur une sémantique *abstraite* appropriée.

L'interprétation se fera par *approximations* des propriétés des objets faisant partie du domaine de la sémantique abstraite; les propriétés retenues seront vérifiées pour la sémantique concrète et donc le programme lui-même. L'algorithme générique d'interprétation abstraite sur lequel est basé ce travail opère donc sur un domaine abstrait approximant la sémantique concrète du programme étudié.

L'interprétation abstraite[1] est l'association d'un domaine abstrait à un domaine concret.

Dans le cas particulier de la programmation logique, il va s'agir d'établir une sémantique concrète d'un programme logique normalisé, c'est-à-dire un programme logique dont on a simplifié la syntaxe. Ensuite, il faudra *abstraire* cette sémantique pour obtenir une sémantique abstraite appropriée.

B. De l'utilité d'un exemple sur la compréhension...

Ainsi, prenons comme domaine concret l'ensemble infini des nombres entiers[2]. On peut imaginer de lui substituer un ensemble de trois éléments : les entiers négatifs, l'entier nul et les entiers positifs. Ce sera un domaine abstrait possible pour le domaine concret choisi.

domaine concret : { -∞..., -2, -1, 0, 1, 2, ...∞ } ⇒ { Neg, Nul, Pos } : domaine abstrait

---

1 [Musumbu : I.23]
2 [Le Charlier 3 : 1..2]

Il est à présent possible d'associer aux opérateurs existant sur le domaine concret une contrepartie portant sur le domaine abstrait, qui soit une bonne approximation des premiers. Si l'on prend par exemple la multiplication entre entier, on peut lui associer un opérateur ◦ portant sur le domaine abstrait { Neg, Nul, Pos }.

Cette opération abstraite serait caractérisée par les relations suivantes :

Pos ◦ Pos = Pos	Neg ◦ Neg = Pos
Pos ◦ Neg = Neg	Neg ◦ Pos = Neg
Pos ◦ Nul = Nul	Neg ◦ Nul = Nul
Nul ◦ Pos = Nul	Nul ◦ Neg = Nul
Nul ◦ Nul = Nul	

Cette version abstraite de la multiplication n'est bien sûr qu'une simplification, qu'une approximation de l'opération de départ. Elle peut ne posséder en effet qu'une partie des propriétés de la multiplication : ceci a l'avantage de cerner un nombre restreint de caractéristiques de l'opérateur, tout en ignorant celles qui ne sont pas pertinentes dans une problématique donnée.

Ainsi notre sémantique abstraite ne permet-elle pas d'exprimer que l'entier 1 est neutre pour la multiplication (i x 1 = 1 x i = i).

Le passage entre domaine concret et domaine abstrait est assuré par une *fonction de concrétisation*. Celle-ci est caractérisée comme suit :

$$Cc(Pos) = \{ X \mid X \text{ est un entier et } X > 0 \}$$
$$Cc(Neg) = \{ X \mid X \text{ est un entier et } X < 0 \}$$
$$Cc(Nul) = \{ X \mid X = 0 \}$$

Si l'on s'intéresse au signe du résultat de la multiplication de deux entiers, le résultat de l'opérateur ◦ appliqué aux éléments associés aux opérandes de la multiplication dans le domaine abstrait, suffira à déterminer le signe de cette multiplication.

Ainsi, si l'on recherche le signe de Res pour Res = -1 x 2, on voit que

- $-1 \in Cc(Neg)$ et $2 \in Cc(Pos)$ cf la fonction de concrétisation Cc,
- Neg ◦ Pos = Neg cf la table ci-dessus

On peut tirer de cela que Res respectera toutes les propriétés de Cc(Neg) et donc que Res sera négatif.

C. De son application à un programme logique...

La programmation logique et Prolog en particulier sont actuellement[1] l'un des domaines les plus étudiés . Cependant, Prolog est un langage de très haut niveau

1 Il suffit de se rappeler à ce propos l'orientation des gros programmes de recherche en Intelligence Artificielle en Europe et au Japon...

et les compilateurs actuels ne permettent souvent que des exécutions entachées de redondance et d'inefficacité.

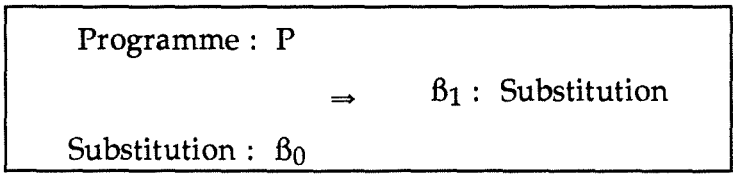
Ainsi, à des fins d'optimisation est-il important de déterminer *avant* compilation si une variable apparaissant en entête d'un programme Prolog sera *ground*[1] après exécution de ce programme. C'est dans cette étude du mode des variables que l'interprétation abstraite vient à notre secours.

La sémantique concrète d'un programme Prolog est habituellement décrite sous la forme de "SLD-résolution[2]". Il s'agit d'un procédé par réfutation adopté par le système; il va "calculer" une série de "réponses" si on lui soumet une requête et un programme Prolog. A cette sémantique, on peut faire correspondre une sémantique de point fixe équivalente. Elle servira de sémantique *concrète.*

On peut considérer que l'exécution d'un programme Prolog peut être ramenée à une suite d'étapes successives, chacune d'elles étant caractérisée par une substitution donnée des variables qu'il renferme. Cette nouvelle sémantique est basée dans un domaine concret : les substitutions et les programmes logiques normalisés.

Après abstraction de cette sémantique, on peut disposer d'une sémantique *abstraite* adaptée spécifiquement à l'étude des modes des variables. Ses substitutions abstraites sont représentées par des formules propositionnelles. Par exemple, l'expression "$X_1 \wedge X_2 \Leftrightarrow X_3$" va signifier que la variable X_1 est ground et que la variable X_2 sera ground si et seulement si la variable X_3 l'est aussi.

Directement inspiré de cette sémantique abstraite, il est possible d'établir un algorithme d'interprétation abstraite. Pour une substitution abstraite de départ et pour un programme Prolog, l'algorithme va fournir une substitution devant approcher l'état des variables après exécution du programme. En d'autres termes, quel sera le mode des variables après exécution ?



L'objet de ce travail est de mettre en oeuvre la réalisation effective de l'algorithme d'interprétation abstraite décrit dans [Le Charlier 2], de le munir d'un domaine abstrait —inspiré de [Marriot]— adapté à l'étude du mode des variables d'un programme Prolog, et, enfin, de tester l'interpréteur ainsi obtenu sur quelques exemples simples.

D. Plan

La première partie de ce travail va présenter théoriquement l'interprétation abstraite. Après un bref rappel sur le concept de sémantique, on va définir une sémantique concrète pour un programme logique normalisé. Cette sémantique va

---

[1] "lié à un terme de base", il n'y a pas de traduction élégante de "ground" aussi sera-t-il maintenu dans le texte français.

[2] cf infra

ensuite être abstraite pour fournir une sémantique abstraite appropriée à un domaine d'inférence déterminé : l'inférence des modes construite sur une représentation des tuples abstraits par des formules de la logique propositionnelle. Puis il sera possible de présenter l'algorithme générique d'interprétation abstraite.

Dans une deuxième partie, il conviendra de décrire la structuration des données représentant les divers éléments du domaine et les étapes de programmation implémentant indépendamment l'algorithme générique et les opérations primitives propres au domaine choisi. L'architecture en niveaux sera mise en évidence.

Finalement, on pourra décrire l'utilisation du programme réalisé sur quelques exemples de programmes Prolog.

II. Présentation théorique

A. Une sémantique...

La sémantique[1] d'un langage va donner une *signification* précise à tout programme écrit dans ce langage. Ainsi, dans le cas de la programmation logique, il est possible de distinguer trois types de sémantiques[2] : une sémantique opérationnelle, une sémantique déclarative et une sémantique dénotationelle.

La sémantique *opérationnelle* fonde la signification d'un programme sur l'ensemble des réponses *calculées* que l'on peut obtenir de l'exécution de ce programme par un interpréteur pour une requête donnée : il s'agit donc d'une description *procédurale* dans le sens où c'est un algorithme qui détermine la sémantique.

La sémantique *déclarative* se base, elle, sur l'interprétation de Herbrand en logique du premier ordre : il s'agit de donner une description déclarative d'un programme pour une requête grâce à l'ensemble des réponses *correctes* vis-à-vis du modèle minimal de Herbrand pour ce programme.

La sémantique *dénotationnelle* est une sémantique de point fixe[3]. Elle associe à un programme une fonction sur le domaine calculé par ce programme. Le point fixe de cette fonction donne la signification du programme.

C'est cette dernière qui sera utilisée dans ce travail pour établir la sémantique concrète, mais avant çà, il faut décrire les objets dont on va donner la signification : les programmes et les substitutions logiques normalisés.

B. Sémantique concrète

1. *Domaine Concret*

a. *Programme logique*

La programmation logique est basée sur la théorie de la logique des prédicats du premier ordre. Le langage le plus courant à mettre en pratique cette théorie est Prolog. La sémantique de Prolog est plus restrictive que celle de la programmation logique en général. De plus, leur syntaxe n'est pas tout à fait identique[4].

---

1 [Lloyd : 10]
2 [Sterling : 80]
3 [Sterling : 82], [Le Charlier 2 : 9]
4 [Lloyd : 94]

Les résultats qui vont suivre, bien que valables dans le cas le plus général, ont pour finalité l'interprétation de programmes Prolog. Par la suite, il sera fait référence indifféremment à l'un ou à l'autre concept : il faut cependant toujours avoir à l'esprit que la programmation logique ne se réduit pas à Prolog.

Quant à un programme normalisé, il s'agit d'une restriction de la syntaxe[1] habituelle des programmes logiques. Il est toujours possible de passer d'un programme logique à son équivalent normalisé. Dans le cadre de ce travail, les programmes retenus devront toujours être normalisés, ce qui facilite grandement leur traitement.

Description

- Soit F_i est l'ensemble des foncteurs d'arité i.(i>=0)

  Soit P_i est l'ensemble des symboles prédicatifs d'arité i.(i>=0)

  Soit VP est l'ensemble infini des variables de programme avec $x_1,\ldots,x_n \in VP$.

  Soit VR est l'ensemble infini des variables de renommage avec $y,z\ldots \in VR$.
- Un *programme logique normalisé* est un ensemble fini de procédures normalisées.
- Une *procédure normalisée* est une suite non vide de clauses normalisées de même foncteur.
- Une *clause normalisée* a la forme :

  $p(x_1,\ldots,x_n) \leftarrow SAN$

  où n>=0, $p \in P_n$ et SAN est une Suite d'Atomes Normalisés.

  Si il existe m variables distinctes dans la clause normalisée, alors ces variables doivent être des variables de programme ($x_1,\ldots,x_m \in VP$).
- Un *atome normalisé* est soit un built-in, soit un appel de procédure.
- Un *built-in normalisé* a la forme :

  $x_i = x_j \qquad (i \neq j)$

  ou

  $x_i = f(x_{j1},\ldots,x_{jn})$

  où $x_i, x_{j1},\ldots,x_{jn}$ sont des variables distinctes et $f \in F_n$.
- Un *appel de procédure normalisé* a la forme :

  $p(x_{i1},\ldots,x_{in})$

  où $x_{i1},\ldots,x_{in}$ sont des variables distinctes et $p \in P_n$.
- Un *terme normalisé* est soit une variable, soit une construction de la forme :

  $f(t_1,\ldots,t_n)$

---

[1][Musumbu : I.3], [Le Charlier 2 : 2]

où $f \in F_n$ et $t_1,\ldots,t_n$ sont des termes normalisés.

- Un *foncteur* est caractérisé par son nom et son arité, c'est-à-dire le nombre de ses arguments.
- Une *constante* est un foncteur d'arité nulle.

Extension

Il peut être utile d'étendre la syntaxe précédente grâce aux conventions de représentation et de manipulation de listes, telles qu'elles apparaissent dans le langage Prolog[1]. Le foncteur de construction de liste "." est le seul foncteur possible dans cette version du langage.

- Une *liste* est
  - soit la *liste vide*, dénotée []
  - soit une structure à deux composants : sa tête et sa queue

  On indique la fin d'une liste en lui donnant pour queue la liste vide. Une liste non vide est représentée par le foncteur "." dont
  - le premier argument est la tête de la liste,
  - le second argument en est la queue.

  Ainsi, ".(T,[])" correspond à la liste du seul élément T; elle peut être alternativement représentée par "[T]".

  De même, "$[X_1,X_2,X_3]$" correspond à ".(X_1,.(X_2,.(X_3,[])))",c.-à-d. une liste de trois éléments.
- On introduit par ailleurs la notation "[T|Q]" qui permet de considérer d'un côté la tête de la liste —soit T— et de l'autre la queue restante —soit Q—. Ainsi, le but "[1,2,3,4]=[T|Q]" amène l'unification[2] de la variable T avec la tête de la liste —soit [1]—, et de la variable Q avec la queue de la liste —soit [2,3,4]—.

Eléments de syntaxe

Il s'agit de préciser[3] quelques-unes des définitions précédentes :

```
Zéro          = "0".
ChiffreNonNul = "1" | ... | "9".
Chiffre       = Zéro | ChiffreNonNul.
Entier        = Zéro | (ChiffreNonNul { Chiffre } ).
LettreMin     = "a" | ... | "z".
AlphaNum      = LettreMin | Chiffre.
SymbVariable  = "X" { Entier }.
ListeVide     = "[" "]".
ListeUnitaire = "[" SymbVariable "]".
ListeMultiple = "[" SymbVariable "|" SymbVariable { "," SymbVariable } "]".
Liste         = ListeVide | ListeUnitaire | ListeMultiple.
```

---

1 [Clocksin : 81]

2 Cf Infra

3 On utilise ici la syntaxe grammaticale EBNF. Pour rappel,
[X] : 0 ou 1 instance de X
{X} : 0 ou n instances de X
(X | Y) : un groupement : X ou Y

```
Constante    = Entier | ListeVide.
SymbPred     = LettreMin { AlphaNum | "_" }.
ListeVar     = "(" SymbVariable { "," SymbVariable }")".
UnifVar      = SymbVariable "=" SymbVariable.
UnifFonct    = SymbVariable "=" Liste.
BuiltIn      = UnifVar | UnifFonct.
AppelProc    = SymbPred ListeVar.
AtomeNorm    = BuiltIn | AppelProc.
ClauseNorm   = AppelProc ("←" | ":-" ) "(" { AtomeNorm } ")" ".".
ProcNorm     = ClauseNorm { ClauseNorm }.
PgmNorm      = ProcNorm { ProcNorm }.
```

Exemple de programme normalisé

Voici un programme normalisé composé d'une procédure normalisée, elle-même divisée en deux clauses normalisées :

$append(x_1,x_2,x_3) \leftarrow x_1=[], x_2=x_3.$

et

$append(x_1,x_2,x_3) \leftarrow x_3=[x_4|x_6], append(x_5,x_2,x_6), x_1=[x_4|x_5].$

$F_3=\{[]\}$

$P_3=\{"append"\}$

$VP=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$

$VR=\{\}$

La première clause normalisée est formée de

- une entête : $append(x_1,x_2,x_3)$ où "append" est un symbole prédicatif et x_1,x_2,x_3 sont des variables de programme.
- un corps : formé lui-même de deux atomes normalisés
  - $x_1=[]$: est un built-in normalisé où x_1 est une variable de programme et [] représente une constante c.-à-d. un foncteur 0-aire.
  - $x_2=x_3$: est un built-in normalisé où x_2 et x_3 sont des variables de programme.

La deuxième clause est formée de

- une entête : ... la même que dans la première clause
- un corps : formé lui-même de trois atomes normalisés
  - $x_3=[x_4|x_6]$: est un built-in normalisé où $[x_4|x_6]$ est équivalent à ". (x_4,x_6)" avec "." un foncteur et $\{x_3,x_4,x_6\}$ des variables de programme.
  - $append(x_5,x_2,x_6)$: est un appel de procédure normalisé où "append" est un symbole prédicatif, $\{x_2,x_5,x_6\}$ sont des variables de programme.
  - $x_1=[x_4|x_5]$: est un built-in normalisé où $[x_4|x_5]$ est équivalent à ". (x_4,x_5)" avec "." un foncteur et $\{x_1,x_4,x_5\}$ des variables de programme.

b. Substitutions normalisées

Description

- Une *liaison normalisée* a la forme :

  $v \leftarrow t$

  où v est une variable et t est un terme normalisé.

- Une *substitution normalisée* est un ensemble de liaisons normalisées de la forme :

  $\theta = \{v_1 \leftarrow t_1, \ldots, v_n \leftarrow t_n\}$

  telle que $v_1,\ldots,v_n$ sont des variables distinctes et $t_1,\ldots,t_n$ des termes normalisés avec $v_i \neq t_i \ \forall$ i.

- Le *domaine* d'une substitution θ —dom(θ)— correspond à l'ensemble $\{v_1,\ldots,v_n\}$.

  Son *codomaine* —codom(θ)— correspond à l'ensemble des variables qui apparaissent dans $\{t_1,\ldots,t_n\}$.

- Une substitution θ est dite "de variable de programme" si dom(θ) $\subseteq$ VP et codom(θ) $\subseteq$ VR.

  Une substitution θ est dite "de variable de renommage" si dom(θ) $\subseteq$ VR et codom(θ) $\subseteq$ VR.

- Soit CS une Construction Syntaxique quelconque et θ une substitution, var(CS) représente l'*ensemble des variables* qui figurent dans CS. On a donc var(θ)=dom(θ) $\cup$ codom(θ).

- *Instancier* CS par θ consiste à remplacer dans CS toute occurrence d'une variable de dom(θ) par le terme qui lui est lié dans θ.

- Soit dom(θ) $\supseteq$ D, on appelle *restriction* $\theta_{/D}$ de θ à D la substitution telle que dom($\theta_{/D}$)=D et $x\theta = x\theta_{/D} \ \forall \ x \in D$.

  Exemple de substitution

Reprenons la première clause du programme normalisé décrit précédemment :

append(x_1,x_2,x_3) $\leftarrow$ x_1=[], x_2=x_3.

Envisageons la substitution $\theta = \{x_1 \leftarrow y, x_2 \leftarrow [1,2,3]\}$.

Il s'agit bien d'une substitution normalisée formée de deux liaisons normalisées :

- $x_1 \leftarrow y$: où le terme y correspond à une variable de renommage n'appartenant pas à $\{x_1,x_2,x_3\}$

- $x_2 \leftarrow [1,2,3]$: où le terme [1,2,3] correspond à une liste d'entiers, c.-à-d. une constante

θ est une substitution de variable de programme puisque dom(θ)=$\{x_1,x_2\} \subseteq$ VP et codom(θ)=$\{y\} \subseteq$ VR; de plus, var(θ)=$\{x_1,x_2,y\}$.

L'instanciation du but "append(x_1,x_2,x_3)" par la substitution θ donne "append(y,[1,2,3],x_3)".

Si l'on considère un sous-ensemble D=$\{x_1\}$ pour lequel on vérifie que D $\subseteq$ dom(θ), la restriction de θ à D, correspond à la nouvelle substitution $\theta_{/D}=\{x_1 \leftarrow y\}$.

2. *Opérations concrètes*

Afin de définir une sémantique de point fixe pour les programmes logiques, on a besoin d'un jeu d'opérations sur des ensembles de substitutions. On peut trouver la spécification rigoureuse de ces opérations dans [Le Charlier 2 : 6...8] ou [Musumbu : I/15...I/17]. La description qui suit ne reprendra que l'essentiel.

Soit c une clause normalisée, soit g un but normalisé, soit f un foncteur, soit Θ, Θ' des ensembles de substitutions.

a. Opérations de Restriction

Il s'agit de restreindre un ensemble de substitutions par rapport à un sous-ensemble des variables figurant dans l'ensemble initial des substitutions.

RESTRC(c, Θ)

Cette opération va restreindre aux seules variables de la tête de la clause c un ensemble de substitutions portant sur les variables de l'ensemble de la clause.

Soit $x_1,\ldots,x_m$ les variables représentées dans Θ, qui sont les variables de la clause c (tête+corps), soit $x_1,\ldots,x_n$ (m>=n) les variables de la tête de la clause c, le résultat de cette opération est obtenu en projetant Θ sur les variables $x_1,\ldots,x_n$.

RESTRG(g, Θ)

Cette opération va restreindre aux seules variables du but g un ensemble de substitutions Θ. Les variables seront renommées à partir de X_1 et une trace[1] de ce renommage devra être gardée afin d'en assurer la réversibilité.

Soit $x_1,\ldots,x_m$ les variables représentées dans Θ, soit le but g de la forme

- $p(x_{i1},\ldots x_{in})$ ou
- $x_{i1} = x_{i2}$ ou
- $x_{i1} = f(x_{i2},\ldots,x_{in})$.

Le résultat de cette opération est obtenu en deux étapes : il faut

1° projeter Θ sur les variables $\{x_{i1},\ldots,x_{in}\}$, ce qui donne Θ'

2° renommer Θ' en terme de $\{x_1,\ldots,x_n\}$ c'est-à-dire x_{ik} devient x_k.

b. Opérations d'Extension

Il s'agit d'étendre un ensemble de substitutions à de nouvelles variables.

EXTC(c, Θ)

Cette opération va étendre à l'ensemble des variables de la clause c une substitution limitée aux seules variables de la tête de la clause.

---

[1] On peut penser à une fonction de concordance γ : il s'agit d'un "mapping" d'un ensemble de variables sur un autre.

Soit $x_1,\ldots,x_m$ les variables représentées dans Θ et $x_1,\ldots,x_n$ ($m<=n$) les variables de la clause c (tête+corps), le résultat de cette opération est obtenu en étendant Θ pour tenir compte des variables libres du corps de c, soit $x_{m+1},\ldots,x_n$.

EXTG(g, Θ, Θ')

Cette opération va étendre aux variables de Θ un ensemble de substitutions Θ' limité aux seules variables du but g. Lors de l'extension, on renverse un renommage précédent dont la trace demeure au travers de γ[1].

Soit $x_1,\ldots,x_m$ les variables représentées dans Θ, soit le but g de la forme

- $p(x_{i1},\ldots x_{in})$ ou
- $x_{i1} = x_{i2}$ ou
- $x_{i1} = f(x_{i2},\ldots,x_{in})$.

Le résultat de cette opération est produit en étendant Θ de manière à ce qu'il tienne compte de Θ', lui-même obtenu pour le but g et précédemment restreint aux seules variables de g —cf RESTRG(g,Θ)—.

c. Opération d'Union

Il s'agit d'obtenir l'union d'ensembles de substitutions; si chacune des clauses d'une procédure donne pour résultat un ensemble de substitutions, leur union participe au résultat de la procédure. L'opération correspondante est UNION(Θ,Θ').

d. Opérations d'Unification

Les opérations d'unification sont au coeur du processus d'interprétation. Le programme à interpréter est composé au moins en partie par des built-in normalisés : c'est l'exécution de ces derniers qui va éventuellement modifier les substitutions sur les variables du programme.

AIVAR(Θ)

Au départ du built-in normalisé de la forme "$x_1 = x_2$", cette opération produit un résultat obtenu par l'unification des deux variables du built-in sur l'ensemble des variables des substitutions de Θ, qui est lui défini sur ces deux variables.

Si par exemple Θ exprime qu'une certaine propriété est vérifiée pour l'une des deux variables, on peut s'attendre à ce que, après unification, elle soit vérifiée pour les deux. Mais on anticipe déjà ici sur le sens que l'on va pouvoir donner aux substitutions dans le domaine abstrait.

AIFUNC(Θ,f)

Au départ du built-in normalisé de la forme "$x_1 = f\ (x_2,\ldots,x_n)$", cette opération produit un résultat obtenu par l'unification de x_1 et de $f\ (x_2,\ldots,x_n)$ sur l'ensemble des variables des substitutions de Θ. Θ est défini sur $\{x_1,\ldots,x_n\}$ et f est un foncteur d'arité n-1.

---

[1] cf supra

e. Exemple

c : append(x_1,x_2,x_3) ← x_3=[x_4 | x_6], append(x_5,x_2,x_6), x_1=[x_4 | x_5].

g : append(x_5,x_2,x_6).

Θ_c est une substitution définie sur les variables de c, soit :

$$\{x_1 \leftarrow t_1, x_2 \leftarrow t_2, x_3 \leftarrow t_3, x_4 \leftarrow t_4, x_5 \leftarrow t_5, x_6 \leftarrow t_6\}$$

Θ_{tc} est la substitution Θ_c limitée aux variables de la tête de c, soit :

$$\{x_1 \leftarrow t_1, x_2 \leftarrow t_2, x_3 \leftarrow t_3\}$$

Θ_g est la substitution Θ_c limitée aux variables de g, soit :

$$\{x_5 \leftarrow t_5, x_2 \leftarrow t_2, x_6 \leftarrow t_6\}$$

Θ_{ec} est la substitution résultant de EXTC(c, Θ_{tc}), soit :

$$\{x_1 \leftarrow t_1, x_2 \leftarrow t_2, x_3 \leftarrow t_3, x_4 \leftarrow t'_4, x_5 \leftarrow t'_5, x_6 \leftarrow t'_6\}$$

où t'_4,t'_5,t'_6 ne représentent aucune "information" susceptible de contraindre x_4,x_5,x_6 par la suite. x_4,x_5,x_6 sont des variables libres et on[1] peut décider de les représenter en les liant à des variables de renommage n'apparaissant nulle part ailleurs.

Θ_{rc} est la substitution résultant de RESTRC(c, Θ_{ec}), soit :

$$\{x_1 \leftarrow t_1, x_2 \leftarrow t_2, x_3 \leftarrow t_3\}$$

Θ_{rg} est la substitution résultant de RESTRG(g, Θ_c), soit :

$$\{x_1 \leftarrow t"_1, x_2 \leftarrow t"_2, x_3 \leftarrow t"_3\}$$

où $t"_1$,$t"_2$,$t"_3$ sont issus du renommage de t_5,t_2,t_6; cette restriction génère de plus une table du type suivant :

Θ_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Θ_1	∅	x_2	∅	∅	x_1	x_3

Θ_{eg} est la substitution résultant de EXTG(g, Θ_c, Θ_{rg}), soit :

$$\{x_1 \leftarrow t_1, x_2 \leftarrow t_2, x_3 \leftarrow t_3, x_4 \leftarrow t_4, x_5 \leftarrow t_5, x_6 \leftarrow t_6\}$$

cette extension fait appel à la table précédente.

3. *Ensembles de tuples concrets*

La sémantique concrète d'un programme doit établir quelle sera l'ensemble de substitutions qui caractérise son état *après* exécution, en fonction d'un ensemble de substitutions *avant* exécution.

Si l'on considère une procédure p et deux ensembles de substitutions Θ et Θ', on définit le triplet[2] (Θ,p,Θ') où Θ est l'ensemble de substitutions avant exécution de la procédure et Θ' l'ensemble de substitutions après exécution. Il s'agit là d'un *tuple concret*.

---

[1] [Le Charlier 2:4]

[2] [Le Charlier 2 : 8]

4. *Sémantique de point fixe*

Tout est à présent réuni pour définir la sémantique d'un programme logique. Mais il est auparavant nécessaire de revenir sur les notions d'interprétation, de transformation et de point fixe.

a. Interprétation de Herbrand

Quelques définitions...

- L'*univers de Herbrand* d'un programme logique[1] est l'ensemble des termes sans variable construits grâce aux constantes et aux foncteurs présents dans le programme.
- La *base de Herbrand* est l'ensemble des atomes sans variable construits grâce aux prédicats du programme et aux termes de l'univers de Herbrand.
- Une interprétation *de Herbrand* est un sous-ensemble de sa base de Herbrand. Un but de la base de Herbrand est *vrai* selon une interprétation s'il appartient à celle-ci, il est *faux* sinon.

Exemple d'interprétation

Reprenons une fois encore le programme P présenté précédemment :

$$append(x_1,x_2,x_3) \leftarrow x_1=[],\ x_2=x_3.$$

et

$$append(x_1,x_2,x_3) \leftarrow x_3=[x_4 \mid x_6],\ append(x_5,x_2,x_6),\ x_1=[x_4 \mid x_5].$$

- L'univers de Herbrand —UH— pour P se réduit à un ensemble de termes construits sur base de la constante []; il n'y a en effet pas d'autre foncteur dans P. C'est donc l'ensemble des listes renfermant uniquement [] :

  UH={[],[[]],[[],[]],...}

- Le programme P renferme le seul prédicat "append". La base de Herbrand — BH— pour P est l'ensemble de tous les buts combinant ce prédicat avec les listes de UH :

  BH={append([],[],[]),append([],[[]],[[]]),...}

Point fixe

On peut envisager une transformation T d'une interprétation I de P en une autre. Il est possible de voir que cette transformation est à la fois *monotone* et *continue*. Dans ce cas, elle possède au moins un plus petit point fixe, soit

$$T(I)=I$$

Ce plus petit point fixe donne sa signification au programme P dans le cadre de la sémantique dénotationnelle. Cette sémantique est à la base de la construction de l'algorithme d'interprétation abstraite.

b. Sémantique de point fixe

Ainsi, va-t-on définir une sémantique de point fixe basée sur une transformation et trois fonctions; celles-ci sont définies au moyen de l'ensemble des opérations concrètes présentées ci-dessus.

---

1 [Sterling : 80]

Les trois fonctions portent sur des ensembles de tuples à trois niveaux :

- celui du programme P : T_p,
- celui d'une clause dont le prédicat est tiré de P : T_c,
- celui d'une suite d'atomes : T_b.

On peut présenter succinctement celles-ci. Pour une description plus détaillée, on se reportera à [Le Charlier 2].

- soit etc un ensemble de tuples concrets,
- soit Θ, Θ' des ensembles de substitutions,
- soit D l'ensemble des paires (Θ, p) formées des deux premières composantes —le domaine— des tuples (Θ, p, Θ') où les variables de Θ sont celles de p.
- soit $b_1.b_0$ la "composition" de deux buts, c'est-à-dire l'équivalent fonctionnel de la séquence d'exécution de ceux-ci.

$TETC(etc) = \{ (\Theta, p, \Theta') : (\Theta, p) \in D \text{ et } \Theta' = T_p(\Theta,p,etc) \}$

$T_p(\Theta, p, etc) = UNION(\Theta_1,\ldots,\Theta_n)$
où $\Theta_i = T_c(\Theta,c_i,etc)$ et $c_1,\ldots,c_n$ sont les clauses de p.

$T_c(\Theta, c, etc) = RESTRC(c,\Theta')$
où $\Theta' = T_b(EXTC(c,\Theta),b,etc)$ et b est le corps de la clause c.

$T_b(\Theta, <>, etc) = \Theta$

$T_b(\Theta, b_1b_0, etc) = T_b(\Theta_3, b_0, etc)$
où $\Theta_3 = EXTG(g,\Theta,\Theta_2)$,
$\Theta_2 = etc(\Theta_1,p)$ si g est un appel de procédure ou
$\Theta_2 = AIVAR(\Theta_1)$ si g est l'unification de deux variables ou
$\Theta_2 = AIFUNC(\Theta_1,f)$ si g est de la forme "$x_i = f(\ldots)$",
$\Theta_1 = RESTRG(g,\Theta)$

On[1] peut prouver que cette sémantique est cohérente par rapport à la sémantique opérationnelle habituellement proposée.

C. Sémantique abstraite

1. *Domaine Abstrait*

Le domaine abstrait a pour finalité de permettre l'étude du mode des variables d'un programme logique normalisé. La sémantique[2] a permis de déterminer les tuples $\{\Theta_{in},p,\Theta_{out}\}$ où, pour un programme P donné et pour un ensemble de substitutions d'entrée Θ_{in}, on obtient pour un appel de procédure p un ensemble de substitutions Θ_{out} après exécution de p avec Θ_{in}.

---

[1] [Le Charlier 2 : 10]
[2] [Le Charlier 3 : 5]

Il reste à déterminer la forme d'une substitution abstraite capable de représenter au mieux le mode des variables, mais aussi les relations que peuvent avoir ces relations entre elles et l'impact que cela peut avoir sur le calcul des modes.

a. Substitutions abstraites

Une substitution abstraite va être représentée par une formule logique disjonctive. Ainsi, si l'on veut représenter le fait qu'un terme est ground, il apparaîtra positivement dans la formule logique. Une formule logique sera formée de conjonctions d'éléments associés chacun à une et une seule variable : la substitution correspondra à la disjonction de ces conjonctions.

La formulation normalisée disjonctive a été choisie pour les facilités qu'elle offre dans la simplification des expressions. Une formule logique ne possède en effet qu'une seule représentation, ce qui facilite grandement le test d'équivalence entre deux formules.

Par exemple ce qui est habituellement exprimé sous forme de la substitution suivante va donner la formule logique formée de la conjonction correspondante :

$$\{X_1 \leftarrow \text{noground}, X_2 \leftarrow \text{noground}, X_3 \leftarrow \text{ground}\} \equiv \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3\}$$

Si le mode d'une variable est indéterminé —any—, on va recourir à la disjonction de deux conjonctions exprimant les deux alternatives pour la variable indéterminée :

$$\{X_1 \leftarrow \text{noground}, X_2 \leftarrow \text{any}, X_3 \leftarrow \text{ground}\} \equiv \{\neg X_1 \wedge X_2 \wedge X_3\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3\}$$

Par ailleurs, il est possible d'exprimer par une équivalence le fait que deux termes sont *liés*, c'est-à-dire que si l'un devient ground, l'autre le deviendra aussi —c'est le résultat d'une unification entre variables par exemple—. En outre, l'équivalence logique est transformable en une disjonction de deux conjonctions:

$$X_1 \Leftrightarrow X_2 \equiv \{X_1 \wedge X_2\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2\}$$

De même, un terme peut être lié à un ensemble d'autres —c'est le résultat d'une unification entre une variable et un foncteur par exemple—. On obtient cette fois :

$$X_1 \Leftrightarrow \{X_2 \wedge X_3\} \equiv$$

$$\{X_1 \wedge X_2 \wedge X_3\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge \neg X_3\} \vee \{\neg X_1 \wedge X_2 \wedge \neg X_3\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3\}$$

Il est à noter qu'on assiste très vite à une croissance non linéaire du nombre de disjonctions et donc de la taille de la formule lorsque le nombre de variables croît un petit peu. On peut donc en conséquence anticiper des problèmes d'emplacement mémoire lors du stockage de ces formules avec un nombre non trivial de variables.

On peut présenter la forme normale disjonctive d'une manière un peu plus formelle[1] :

Var	=	["¬"] Symbvariable.
Conjonction	=	Var | Conjonction "^" Conjonction.
Disjonction	=	Conjonction | Disjonction "v" Disjonction.
Formule	=	Disjonction.

[1] On poursuit la présentation sous forme EBNF

2. *Relation d'ordre*

On peut se demander s'il est possible d'établir une relation d'ordre partiel entre substitutions abstraites. Soit ß et ß' deux substitutions, on peut dire que

- ß = ß' si les deux formules possèdent les mêmes conjonctions.
- ß et ß' sont *compatibles* si, considérant les deux formules comme des ensembles de conjonctions, ß $\supseteq$ ß' ou ß' $\supseteq$ ß.
- ß < ß' si ß est moins général que ß'; en d'autres termes, que ß $\Rightarrow$ ß', c'est-à-dire que ß' $\supseteq$ ß. Par exemple,

$$\{X_1 \wedge X_2 \wedge X_3\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge \neg X_3\} > \{X_1 \wedge X_2 \wedge X_3\}$$

3. *Opérations abstraites*

Soit c une clause normalisée, soit g un but normalisé, soit f un foncteur, soit ß, ß' des substitutions abstraites, c'est-à-dire des formules logiques disjonctives.

a. Opérations de Restriction

RESTRC(c, ß)

On rappelle qu'il s'agit de restreindre aux seules variables de la tête de la clause c un ensemble de substitutions portant sur les variables de l'ensemble de la clause.

Si la clause a dans sa tête n variables et dans son corps m variables distinctes des n premières, le fait que le programme soit normalisé nous assure que les variables sont numérotées de 1 à m+n.

La spécification de la version concrète de RESTRC nous garantit aussi que les variables qui apparaissent dans ß correspondent à un sous-ensemble des m+n variables de la clause c complète. De plus, celles qui sont indicées de 1 à m sont celles de la tête. Aussi, la restriction de ß à ces m variables peut être effectuée en *éliminant* simplement les autres variables.

RESTRG(g, ß)

On rappelle qu'il s'agit de restreindre aux seules variables du but g un ensemble de substitutions ß.

On va commencer par restreindre chacune des conjonctions de ß aux variables de g, c'est-à-dire faire disparaître des formules les variables qui n'apparaissent pas dans g. Il faut ensuite renommer les variables dans ces conjonctions "allégées".

Trois cas sont à envisager, selon le type du but g auquel on a affaire : dans les trois cas, le renommage des variables va donner une suite de variables numérotées à partir de 1.

Cette restriction doit être réversible et il faut donc créer une table γ de concordance entre la numérotation des variables dans la substitution ß initiale et celle dans la substitution après restriction. Cette table peut avoir la forme d'une table ordonnée de variables; si la variable X_i de la substitution initiale est remplacée par la variable X_j, l'élément i de γ vaut j; si la variable X_i de la substitution initiale n'apparait plus dans la nouvelle substitution, l'élément i de γ est vide.

b. Opérations d'Extension

EXTC(c, ß)

On rappelle qu'il s'agit d'étendre à l'ensemble des variables de la clause c une substitution limitée aux seules variables de la tête de la clause.

Comme ci-dessus, puisque la clause a dans sa tête n variables et dans son corps m variables distinctes des n premières, le fait que le programme soit normalisé nous assure que les variables sont numérotées de 1 à m+n.

La spécification de la version concrète de EXTC nous garantit que les variables qui apparaissent dans les substitutions de ß correspondent à un sous-ensemble des m+n variables de la clause c complète : celles qui sont indicées de 1 à m, c'est-à-dire celles de la tête. Aussi, l'extension de ß aux m+n variables peut être effectuée en *ajoutant* n variables libres, numérotées de m+1 à m+n.

On sait que le mode de ces variables est **var**, mais c'est inexprimable dans notre domaine abstrait, aussi devra-t-on se contenter de les faire figurer avec **any** comme mode : chaque variable devra apparaître tantôt positivement, tantôt négativement. Ceci amène une croissance non linéaire du nombre de conjonctions dans le nouvel ensemble de substitutions.

EXTG(g, ß, ß')

On rappelle qu'il s'agit d'étendre aux variables de ß un ensemble de substitutions ß' limité aux seules variables du but g.

Ainsi, on supprime de ß les conjonctions dont les variables ne correspondent pas, du moins quand elles sont présentes dans ß', à celles d'au moins l'une des conjonctions de ß'.

Cette interprétation de l'extension permet de répercuter sur la nouvelle substitution les contraintes sur les variables absentes de ß' préexistant à l'exécution de g.

c. Opération d'Union

On rappelle qu'il s'agit d'obtenir l'union de substitutions. On a affaire à l'union ensembliste habituelle —ß ∪ ß'— appliquée aux formules. Il faut bien veiller à ne pas laisser apparaître de doublons de conjonctions dans la nouvelle substitution.

d. Opérations d'Unification

Distinguons deux cas :

AIVAR(ß)

On rappelle qu'au départ du built-in normalisé de la forme "$x_1 = x_2$", cette opération permet l'unification des deux variables sur ß.

Cette opération peut être réalisée simplement en générant la formule :

$$\{X_1 \wedge X_2\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2\}$$

qui, il faut s'en souvenir, correspond à $X_1 \Leftrightarrow X_2$.

AIFUNC(ß,f)

On rappelle qu'au départ du built-in normalisé de la forme "$x_1 = f\ (x_2,\ldots,x_n)$", cette opération permet l'unification des n variables sur ß.

Cette opération peut être réalisée simplement en générant la formule :

$$X_1 \Leftrightarrow \{X_2 \wedge \ldots \wedge X_n\}$$

Comme on l'a vu ci-dessus, cette formule peut aussi être exprimée sous la forme d'une disjonction de conjonctions. Il faudra pour y arriver générer toutes les combinaisons possibles des variables du foncteur, c'est-à-dire toutes les manières de combiner les variables X_2 à X_n en les prenant tantôt comme Vraies, tantôt comme Fausses.

e. Exemple

c : append(x_1,x_2,x_3) ← x_3=[x_4 | x_6], append(x_5,x_2,x_6), x_1=[x_4 | x_5].

g : append(x_5,x_2,x_6).

β_{in} : $\{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3\}$

β_{ec} est la substitution résultant de EXTC(c, β_{in}) :

$$\{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge X_4 \wedge X_5 \wedge X_6\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge \neg X_4 \wedge X_5 \wedge X_6\}$$
$$\vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge X_4 \wedge \neg X_5 \wedge X_6\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge \neg X_4 \wedge \neg X_5 \wedge X_6\}$$
$$\vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge X_4 \wedge X_5 \wedge \neg X_6\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge \neg X_4 \wedge X_5 \wedge \neg X_6\}$$
$$\vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge X_4 \wedge \neg X_5 \wedge \neg X_6\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge \neg X_4 \wedge \neg X_5 \wedge \neg X_6\}$$

β_{rc} est la substitution résultant de RESTRC(c, β_{ec}) avec $\beta_{rc} = \beta_{in}$

β_{rg} est la substitution résultant de RESTRG(g, β_{ec}) :

$$\{X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3\} \vee \{X_1 \wedge \neg X_2 \wedge \neg X_3\} \vee \{\neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge \neg X_3\}$$

cette restriction génère de plus une table du type suivant :

i	1	2	3	4	5	6
γ_i	ø	2	ø	ø	1	3

β_{eg} est la substitution résultant de EXTG(g, β_{ec}, β_{rg}) avec $\beta_{eg} = \beta_{ec}$

cette extension fait appel à la table précédente.

β_u est la substitution résultant de UNION(β_{rg}, β_{in}) et $\beta_{rg} = \beta_u$

4. *Ensembles de tuples abstraits*

Pour obtenir un tuple abstrait, on abstrait un tuple concret en utilisant des substitutions abstraites telles qu'elles ont été présentées ci-dessus : on a le triplet (β_{in},p,β_{out}).

On peut considérer des ensembles de tels tuples : ce seront les ensembles de tuples abstraits ou eta. Au sein d'un eta, on peut se demander si il est possible de trier les tuples, existe-t-il une relation d'ordre parmi ceux-ci ?

Soit t et t' deux tuples d'un eta, faute de l'énoncé rigoureux de la relation qui peut les lier, on peut admettre que :

- t et t'sont *comparables* si ils ont même p et si leur β_{in} sont comparables

- $t < t'$ si $p_t = p_{t'}$ et $ß_{int} < ß_{int'}$

Il s'agit d'un ordre partiel parmi les tuples.

L'algorithme qui va être exposé par la suite fait appel à des ensembles de tuples; il faut donc définir les opérations qui permettent de mettre ces eta à jour : deux opérations sont envisagées[1], EXTEND et ADJUST.

L'opération EXTEND(ß,p,eta) étend eta en y définissant un tuple dont les deux premiers éléments correspondent à la paire (ß,p).

L'opération ADJUST(ß,p,ß',eta) étend eta en y incorporant l'information contenue dans ß'. Tous les tuples de eta dont le premier élément est ß et dont le second est p sont "ajustés" de telle sorte qu'ils comprennent au moins les substitutions de ß' dans leur troisième élément.

5. *Fonction de concrétisation*

Cette fonction doit nous permettre de passer du domaine abstrait qui vient d'être décrit au domaine concret initial.

Soit θ une substitution concrète, on peut considérer l'ensemble qui renferme les substitutions comparables à θ mais moins instanciées que θ :

$$\Delta_\theta = \{\theta' \mid \theta' \text{ est moins instanciée que } \theta\}$$

Soit aussi la fonction `assignation` qui prend en argument l'instanciation d'une variable par une substitution concrète et a pour résultat 1 ou 0 —Vrai ou Faux— selon que la substitution lie cette variable à un terme de base:

$$\texttt{assignation} : \theta \rightarrow \{x_1,\ldots,x_n\} \rightarrow \{0,1\} \text{ où } x_i \in \text{Dom}(\theta)$$

$$\texttt{assign}_\theta : \{x_1,\ldots,x_n\} \rightarrow \{0,1\} \text{ où } x_i \in \text{Dom}(\theta)$$

$\texttt{assign}_\theta$ est une fonction qui pour une variable va donner la valeur de vérité correspondant au terme avec lequel la variable est liée dans θ:

$\texttt{assign}_\theta(x_i) = 1$ si x_i est ground après instanciation par θ, 0 sinon

On peut considérer une substitution abstraite, c'est-à-dire une formule, comme une fonction Booléenne dont les arguments sont les valeurs de vérité produites par les variables de la formule pour une table de vérité donnée.

$$f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$$

Une table de vérité r satisfait f si f(r) = 1.

Pour qu'une substitution abstraite représente valablement une substitution concrète vis-à-vis de la propriété de "groundness", il faut que l'application de la fonction `assignation` à θ et aux substitutions de Δ_θ satisfasse la substitution abstraite f.

Soit une substitution abstraite ß, on peut établir[2] la fonction de concrétisation suivante :

$$Cc(ß) = \{\theta \in \Theta : \forall\, \theta' \in \Delta_\theta : ß(\texttt{assignation}\ (\theta')) = 1\}$$

---

[1] [Le Charlier 1: 8], [Le Charlier 2:17], [Musumbu: I.59] pour une spécification plus complète

[2] [Musumbu : I.14], [Le Charlier 2 : 11], [Cortesi : 2...3]

Prenons un exemple. Soit la substitution abstraite suivante :

$$ß = X_1 \wedge (X_2 \Leftrightarrow X_3)$$

et une substitution concrète dont on peut espérer que ß soit une abstraction :

$$\theta = \{X_1 \leftarrow [], X_2 \leftarrow f(X_4), X_3 \leftarrow f(X_4)\}$$

$$\text{et } \texttt{assignation } (\theta)\ \{X_1,X_2,X_3\} = (1,0,0)$$

On peut voir que $\Delta_\theta = \{ \{X_1 \leftarrow [], X_2 \leftarrow f(t), X_3 \leftarrow f(t)\} \}$, où t est un terme quelconque.

Finalement, $\forall\ \theta' \in \Delta_\theta$: (`assignation` $(\theta')) = \{ (1,0,0), (1,1,1) \}$ et donc $\theta \in Cc(ß)$ car $ß(1,0,0)=1$ et $ß(1,1,1)=1$.

6. *Sémantique abstraite*

La sémantique abstraite correspond à la sémantique concrète où le domaine et les opérations ont été remplacées par le domaine abstrait et les opérations abstraites décrites ci-dessus.

D. Algorithme Générique

La description de l'algorithme est celle présentée dans [Le Charlier 2]. On trouve dans ce papier quatre versions d'un algorithme générique de base.

La première, de par sa simplicité, est davantage destinée à faciliter la compréhension de l'algorithme générique, qu'à servir de support à une implémentation effective.

La deuxième représente un niveau de raffinement supplémentaire par rapport à la première version. On optimise le test de terminaison de l'algorithme au moyen d'un Booléen signalant l'intégrité de l'ensemble des tuples calculés. C'est celle qui a été choisie dans [Musumbu].

La quatrième version représente le degré final de raffinement de l'algorithme et a été choisie par Pascal Van Hentenryck pour être implémentée en Pascal. Les améliorations portent cette fois sur la reconnaissance des tuples définitifs, c'est-à-dire dont la valeur ne doit plus être améliorée. On peut trouver l'évaluation de cette implémentation dans [Le Charlier 3].

C'est la troisième version de l'algorithme qui a été choisie dans ce travail et qui va maintenant être exposée.

1. *Présentation intuitive*

D'une manière générale, l'algorithme reprend la structuration inspirée de la sémantique. On peut rappeler[1] que le but de l'interpréteur est de trouver une substitution de sortie $ß_{out}$ lorsqu'on lui procure une substitution d'entrée $ß_{in}$ et un appel de procédure p contenu dans un programme P à sa disposition. Il s'agit de trouver le tuple $(ß_{in},p,ß_{out})$ tel que $ß_{out}$ est la meilleure approximation possible de la substitution après exécution de p, c'est-à-dire un point fixe.

Le coeur de la sémantique était la transformation TETC, qui appelait en cascade les trois fonctions, jusqu'à obtention du point fixe; de même, on peut envisager une

[1] cf [Musumbu : I.78], [Le Charlier 2 : 15]

transformation abstraite, TETA, et les trois fonctions abstraites correspondantes. Comme précédemment, la sémantique est définie par le point fixe de TETA:

- $eta_0 = \perp$
- $eta_{i+1} = TETA(eta_i)$
- $eta_n = TETA(eta_n)$

Cette approche va avoir le défaut de générer un grand nombre de tuples superflus, aussi va-t-on chercher à ne calculer que les tuples vraiment nécessaires ou, plus vraisemblablement, à limiter le nombre de calcul de ceux qui s'avéreront inutiles.

L'approche adoptée dans l'algorithme utilisé consiste à calculer par raffinements successifs une suite d'approximations $eta_0 < eta_1 < \ldots < eta_n$, où $(\beta_{in},p,\beta_{out}) \in eta_n$, tout en ne calculant qu'un minimum d'éléments superflus. Cette suite est caractérisée comme suit :

- $eta_0 = \{(\beta in,p,\perp)\}$
- $etat_{i+1} = eta_i \cup (\alpha_{in},q,\alpha_{out})$ avec
  - (α_{in},q) n'est pas basé dans eta_i ou
  - $T_p(\alpha_{in},q,eta_i) > eta_i(\alpha_{in},q)$
- $eta_n \mid \forall (\alpha,q) \in eta_n : T_p(\alpha,q,eta_n) \leq eta_n(\alpha,q)$ et (α,q) est basé dans eta_n

On voit que l'algorithme progresse à eta_{i+1} en sélectionnant un nouveau tuple dont les deux premiers éléments —β_{in} et p— n'apparaissent dans aucun tuple de eta_i, ou parmi ceux de eta_i un dont le troisième élément peut être amélioré.

Soit eta et eta' des ensembles de tuples abstraits, une paire (β,p) est *basée* dans un eta lorsque : $\forall$ eta' | eta $\subseteq$ eta' : le calcul de $T_p(\beta,p,eta')$ ne nécessite pas des valeurs de eta' qui n'appartiennent pas à eta.

eta(β,p) est la fonction d'extraction d'un tuple à partir d'un eta : pour la paire (β,p), on recherche le tuple dont les deux premiers éléments correspondent à cette paire et on renvoie le troisième élément.

Dans ces conditions, $T_p(\beta,p,eta)$ peut être étendu à de tels eta.

L'algorithme va donc partir du couple de départ (β_{in},p) et lui appliquer $T_p(\beta,p,eta)$ avec un eta vide. Celle-ci va appeler à son tour les deux autres fonctions et ainsi de suite puisque l'algorithme est récursif. En effet, dans le cas où le but en entrée de la fonction T_b est un appel de procédure, on va aller voir dans eta pour y trouver la substitution de sortie qui correspond à cet appel de procédure. Celle-ci risque de n'être qu'une approximation non définitive du tuple final pour cette procédure, auquel cas on devra de nouveau faire appel à T_p. Le calcul de la clause sera poursuivi après que ce nouvel appel à T_p ait fourni un résultat définitif.

L'algorithme procède donc par enrichissement progressif de eta. Il faut donc définir deux nouvelles opérations devant permettre cet enrichissement : ce sera les deux opérations introduites ci-dessus, ADJUST et EXTEND.

L'algorithme va être réparti sur cinq procédures :

Soit EPA désigne un ensemble de paires (β,p) et ETA un ensemble de tuples.

- SOLVE(**Données** β_{in}: Substitution, p: Procedure; **Résultats** β_{out}: Substitution)

Cette procédure sera appelée une fois avec la paire ($ß_{in}$,p) et fournira la substitution résultant de l'interprétation abstraite. Elle va initialiser les ensembles de tuples utilisés par l'algorithme.

- SOLVEGOAL(**Données** $ß_{in}$: Substitution, p:Procedure, suspended: EPA; **Données modifiées** use:EPA, sameSat: Booléen,eta: ETA, def: EPA)

  Cette procédure reçoit en entrée la paire (ß,p) et les ensembles de Tuples utilisés par l'algorithme. Il faut noter que la procédure ne sera pas nécessairement celle d'entrée dans SOLVE, ce peut être une autre procédure auquel il est fait appel dans la procédure de départ, et qui est définie dans le programme. SOLVEGOAL va renvoyer une approximation peut-être meilleure de eta, l'ensemble des tuples qui représente l'information récoltée jusqu'à présent par l'interprétation.

  Afin d'accélérer la reconnaissance d'un cas déjà présent dans eta, on utilise un ensemble de paires, suspended. SOLVEGOAL va tester l'appartenance de ($ß_{in}$,p) à suspended et, si la paire est présente, renvoyer directement l'approximation contenue dans eta. Sinon, on va étendre eta avec cette paire et faire appel à la procédure SOLVEPROCEDURE, si du moins la paire ($ß_{in}$,p) ne correspond pas à un tuple définitif.

- SOLVEPROCEDURE(**Données** $ß_{in}$: Substitution, p: Procedure, suspended: EPA; **Résultats** use: EPA; **Données modifiées** sameSat: Booléen, eta: ETA, def: EPA)

  Cette procédure renferme la boucle principale de l'algorithme. Il y aura itération jusqu'à obtention d'un résultat définitif pour la procédure p relativement à la substitution $ß_{in}$. L'itération se fait par appel à la procédure SOLVEALLCLAUSES.

  La terminaison est assurée par l'utilisation d'un signal —sameSat— qui indiquera quand la dernière itération n'apporte plus aucune information et donc plus de modifications à l'ensemble eta.

- SOLVEALLCLAUSES(**Données** $ß_{in}$: Substitution, p: Procedure, suspended: EPA; **Résultats** use: EPA,sameSat: Booléen; **Données modifiées** eta: ETA, def: EPA)

  La procédure SOLVEALLCLAUSES s'occupe de l'itération pour l'ensemble des clauses d'une procédure. On retrouve ici la fonction T_p de la sémantique. Lorsque l'ensemble des clauses d'une procédure ont été prises en compte, il faut ajuster l'ensemble eta si le résultat pour la procédure peut lui apporter quelqu'information nouvelle.

  C'est dans cette procédure qu'on trouve l'initialisation du signal sameSat à Vrai. Il sera abaissé à Faux dans deux cas : le recours à EXTEND dans SOLVEGOAL et celui à ADJUST ici dans SOLVEALLCLAUSES, c'est-à-dire qu'un eta est enrichi et que l'ensemble des résultats partiels sont à reconsidérer.

  C'est dans SOLVEALLCLAUSES aussi qu'on va trouver l'initialisation de l'ensemble use de paire (ß,p). Il va contenir les deux premiers éléments des tuples de eta en utilisation depuis le dernier appel à SOLVEPROCEDURE. Conjointement, on utilise un ensemble similaire def qui répertorie les tuples de eta dont la valeur est définitive et auquel on pourra faire appel sans avoir besoin de vérifier si une approximation supplémentaire n'est pas possible. Ces deux ensembles servent en quelque sorte d'index pour l'ensemble eta et accélèrent les recherches de tuples dans cet ensemble.

- SOLVECLAUSE(**Données** $ß_{in}$: Substitution, c: Clause, suspended: EPA; **Résultats** $ßeta_{out}$: Substitution; **Données modifiées** use: EPA, sameSat: Booléen, eta: ETA, def: EPA)

  Cette procédure implémente le contenu sémantique des fonctions T_c et T_b. Il s'agit de calculer la substitution *après* exécution de la clause c. On itère ici sur chacun des buts de la clause. Si un but est un appel de procédure, on fait appel à SOLVEGOAL, ce qui remplace le recours direct à eta, tel qu'il est spécifié dans la sémantique.

2. *Présentation formelle*

L'algorithme est présenté[1] sous la forme de quatre procédures. On utilisera un pseudo-langage "à la Pascal".

```
procedure SOLVE(Données ß_in: Substitution, p: Procedure;
|               Résultats ß_out: Substitution)
| variables sameSat: Booléen, use, def:EPA, eta:ETA;
| sameSat ← Vrai;
| use ← VIDE; def ← VIDE; eta ← VIDE;
| SOLVEGOAL(ß_in,p,VIDE,use,sameSat,eta,def);
| ß_out ← eta(ß_in,p);

procedure SOLVEGOAL(Données ß_in: Substitution, p:Procedure,
|                     suspended: EPA;
|                 Données modifiées use:EPA, sameSat: Booléen,
|                     eta: ETA, def: EPA)
| variables use_aux: EPA;
| si (ß_in,p) ∈ suspended alors
|    | use ← use ∪ {(ß_in,p)}
| sinon
|    | si (ß_in,p) ∉ def alors
|    |    | si (ß_in,p) ∉ dom(eta) alors
|    |    |    | sameSat ← Faux;
|    |    |    | eta ← EXTEND(ß_in,p,eta);
|    |    | SOLVEPROCEDURE(ß_in,p,suspended,use_aux,sameSat,eta,def);
|    |    | si use_aux = VIDE alors
|    |    |    | def ← def ∪ {(ß_in,p)}
|    |    | sinon
|    |    |    | use ← use ∪ use_aux
```

[1] [Le Charlier 2: 64...66]

```
procedure SOLVEPROCEDURE(Données ß_in: Substitution,
p:Procedure,
|                    suspended : EPA;
|               Résultats use:EPA;
|               Données modifiées sameSat: Booléen, eta: ETA,
|                    def: EPA)
| variables sameSat_aux: Booléen;
| répéter
|    | SOLVEALLCLAUSES(ß_in,p,suspended ∪ {(ß_in,p)},use,sameSat_aux,
|    |    eta,def);
|    | sameSat ← sameSat ^ sameSat_aux
| jusqu'à sameSat_aux
| use ← use \ {(ß_in,p)}

procedure SOLVEALLCLAUSES(Données ß_in: Substitution,
p:Procedure,
|                    suspended : EPA;
|               Résultats use:EPA,sameSat: Booléen;
|               Données modifiées eta: ETA,def: EPA)
| variables ß_out,ß_aux: Substitution;
| ß_out ← ⊥
| use ← VIDE
| sameSat ← Vrai
| pour i variant de 1 à m où c_1,...,c_m clauses de p
|    | SOLVECLAUSE(ß_in,c_i,suspended,ß_aux,use,sameSat,eta,def);
|    | ß_out ← UNION(ß_out,ß_aux)
| si ¬(ß_out ≤ eta(ß_in,p)) alors
|    | eta ← ADJUST(ß_in,p,ß_out,eta);
|    | sameSat ← Faux

procedure SOLVECLAUSE(Données ß_in: Substitution, c:Clause,
|                    suspended : EPA;
|               Résultats ßeta_out: Substitution;
|               Données modifiées use: EPA,sameSat: Booléen,
|                    eta: ETA,def: EPA)
| variables ß_ext,ß_aux: Substitution;
| ß_ext ← EXTC(c,ß_in)
| pour i variant de 1 à m où b_1,...,b_m buts du corps de c
|    | ß_aux ← RESTRG(b_i,ß_ext)
|    | décider pour b_i entre
|    |    | x_j = x_k :
|    |    |    | ß_aux ← AIVAR(ß_aux)
|    |    | x_j = f(...) :
|    |    |    | ß_aux ← AIFUNC(ß_aux,f)
|    |    | x_j = p(...) :
|    |    |    | SOLVEGOAL(ß_aux,p,suspended,use,sameSat,eta,def);
|    |    |    | ß_aux ← eta(ß_aux,p)
|    | ß_ext ← EXTG(b_i,ß_ext,ßaux)
| ß_out ← RESTRC(c,ß_ext)
```

III. Implémentation

Le programme qui va être décrit ci-dessous tente de mettre en oeuvre l'algorithme qui vient d'être exposé.

La programmation a été réalisée en ANSI C, en raison de la grande flexibilité du langage, notamment en ce qui concerne la déclaration de types et la gestion dynamique de la pile mémoire. De plus, le programme est portable sur toute machine disposant d'un compilateur ANSI C, car il ne fait appel à aucune caractéristique propre à une machine et étrangère au standard ANSI.

On peut commencer par décrire les structures de données représentant le domaine abstrait.

A. Structures de données

Les éléments entrant dans la composition du domaine abstrait vont être décrits en faisant ressortir la structuration en objets et le regroupement des fonctions qui s'y rapportent en méthodes de ces objets. La description elle-même mélangera des éléments informels du langage naturel et des éléments plus formels inspirés de la logique des prédicats[1].

On va faire référence à la constante MAXVARIABLES qui désigne le nombre de variables distinctes représentables lors de l'interprétation. Sa valeur va dépendre des ressources disponibles dans le système. Dans cette implémentation, la valeur 16 a été choisie car elle correspond à la taille en bits d'une entier court, tout en permettant l'étude de la plupart des programmes simples. On peut faire remarquer que le standard ANSI C permet d'utiliser des entiers représentés sur 64 bits.

Les fonctions d'affichage ne seront pas décrites.

La description des structures de données va suivre une approche bottom-up, aussi peut-il être utile de donner un bref aperçu de l'approche inverse : un ensemble de tuples abstraits est une liste linéaire de tuples, un tuple est une structure composée d'un appel de procédure et de deux formules, une formule contient une liste linéaire de conjonctions, une conjonction est un entier représentant une table de bits.

L'objet liste linéaire est développé dans un module séparé et ne sera pas décrit : il s'agit d'une implémentation avec doubles sentinelles et index.[cf Sedgewick]

---

[1] PC désigne un produit cartésien, INT une valeur entière et SEQ une séquence d'éléments.

1. *Cjct*

Pour des raisons de facilité et d'efficacité, une conjonction est représentée par une suite de binaires : il y a un binaire par variable et celui-ci est à 1 pour signifier que cette variable est ground, il est à 0 sinon. La variable X_i apparait donc positivement dans la conjonction si le $i^{ème}$ bit est à 1.

Cette représentation permettra d'utiliser simplement un entier pour la réaliser.

Il faut remarquer qu'au niveau de la conjonction, le nombre de variables à représenter est inconnus; seule existe la borne supérieure MAXVARIABLES.

a. Structure

```
Cjct: SEQ[{0,1}]

    c : Cjct
```

b. Invariant

Length(c) <= MAXVARIABLES

* $c_i = 1$ si X_i est Vrai, $c_i = 0$ si X_i est Faux
* MAXVARIABLES désigne la taille *utile* d'un entier, pas nécessairement sa taille réelle.

c. Constructeur

nouvelleCjct() : Cjct

* cette fonction alloue la mémoire nécessaire à une conjonction et l'initialise à 0

Postcondition :

```
∃ nouvelleCjct
^ ∀ i : 1<=i<=MAXVARIABLES: nouvelleCjct_i=0
```

copieCjct(c : Cjct) : Cjct

* cette fonction alloue la mémoire nécessaire à une nouvelle conjonction et y copie le contenu de la conjonction passée en argument.

Précondition :

```
∃ c
```

Postcondition :

```
∃ copieCjct
^ Length(c) = Length(copieCjct)
^ ∀ i : 1<=i<=Length(c): c_i=copieCjct_i
^ c est inchangé
```

d. Modificateur

affirmeXiCjct(c : Cjct, i : INT)

* cette fonction va mettre le bit i de la conjontion c à 1, ce qui revient à s'assurer que la variable X_i y apparait positivement

Précondition :

$\exists c \wedge (1 <= i <= Length(c))$

Postcondition :

$\forall j : 1<=j<=Length(c) : c_j = 1$ si i=j, c_j sinon

nieXiCjct(c : Cjct, i : INT)

* cette fonction va mettre le bit i de la conjontion c à 0, ce qui revient à s'assurer que la variable X_i n'y apparait pas positivement

Précondition :

$1 <= i <= Length(c)$

Postcondition :

$\forall j : 1<=j<=Length(c) : c_j = 0$ si i=j, c_j sinon

effaceCjct(c : Cjct)

* cette fonction va mettre tous les bits de la conjontion c à 0, ce qui revient à s'assurer qu'aucune variable n'y apparait positivement

Précondition :

$\exists c$

Postcondition :

$\forall j : 1<=j<=Length(c) : c_j = 0$

e. Observateur

vraiXiCjct(c : Cjct, i : INT) : Booléen

* cette fonction renvoie la valeur Vrai si le bit i de la conjontion c est à 1, ce qui revient à tester si la variable X_i y apparait positivement

Précondition :

$\exists c \wedge 1 <= i <= Length(c)$

Postcondition :

vraiXiCjct= Vrai si c_i=1, Faux sinon

premierXiCjct(c : Cjct, nbX : INT) : INT

* cette fonction renvoie l'indice du premier bit à 1 de la conjontion c parmi les nbX premiers, ce qui revient à tester qu'elle est la première variable X_i qui y apparait positivement

Précondition :

$\exists c \wedge 1 <= nbX <= Length(c)$

Postcondition :

$0 <= premierXiCjct <= nbX$

$\wedge \forall i : 1<=i<=nbX \wedge c_i = 0 : premierXiCjct=0$

$\wedge premierXiCjct \neq 0 \Rightarrow \forall j : 1<=j<premierXiCjct : c_j = 0$

$\wedge c_{premierXiCjct} = 1$

$\wedge \forall i : premierXiCjct<=i<=nbX \wedge c_i = 1 : i>=premierXiCjct$

compareCjct(c1, c2 : Cjct) : Booléen

* cette fonction renvoie la valeur Vrai si les deux conjontions sont identiques : l'identité s'entend bit à bit jusqu'au bit d'indice MAXVARIABLES

Précondition :

$\exists$ c1 $\wedge$ $\exists$ c2 $\wedge$ Length(c1)=Length(c2)

Postcondition :

compareCjct= Vrai si $\forall$ i :1 <= i <= Length(c1) : $c1_i$=$c2_i$, Faux sinon

2. *Formule*

Il s'agit de la structure de base devant représenter les substitutions abstraites. Cette structure est composée de trois éléments : une liste linéaire de conjonctions, la taille de cette liste et la taille d'une conjonction de la liste. La liste de conjonctions ne contient pas de doublons.

a. Structure

```
Formule : PC[nbXCjct: INT, nbCjct: INT, djct: SEQ[Cjct]]

    f : Formule
```

b. Invariant

```
(0 < nbXCjct(f) <= MAXVARIABLES)
^ ∀c ∈ djct(f) : Length(c)= nbXCjct(f)
^ ∀ci,cj ∈ djct(f) : ci ≠ cj si i≠j
^ (nbCjct(f) >= 0)
^ (nbCjct(f) = Length(djct(f)))
```

c. Constructeur

NouvelleFormule(tailleCjct: INT) : Formule

* cette fonction alloue la mémoire nécessaire à une formule et initialise la taille des conjonctions à l'entier passé en argument; la liste de conjonctions est initialisée à 0 éléments

Précondition :

```
tailleCjct <= NBVARIABLES
```

Postcondition :

```
∃ NouvelleFormule
^ nbXCjct(NouvelleFormule) = tailleCjct
^ nbCjct(NouvelleFormule) = 0
```

copieFormule(f : Formule) : Formule

* cette fonction alloue la mémoire nécessaire à une formule et y copie les éléments de la formule passée en argument

Précondition :

```
∃ f
```

Postcondition :

```
∃ copieFormule
^ nbXCjct(f) = nbXCjct(copieFormule)
^ nbCjct(f) = nbCjct(copieFormule)
^ djct(f) = djct(copieFormule)
^ f est inchangé
```

generettCFormule(nbVar: INT) : Formule

* cette fonction alloue la mémoire nécessaire à une formule et initialise la taille des conjonctions à l'entier passé en argument; la liste de conjonctions est initialisée et on la remplit avec les conjonctions représentant toutes les combinaisons distinctes des nbVar bits pris tantôt à 1, tantôt à 0. En fait, il suffit de générer tous les entiers de 0 à $2^{nbVar} - 1$

Précondition :

tailleCjct <= NBVARIABLES

Postcondition :

∃ generettCFormule
^ nbXCjct(generettCFormule) = nbVar
^ ∀ i : 1<=i<=nbVar: ∃ c ∈ djct(generettCFormule)
^ c est une combinaison distincte possible des nbVar c_j

d. Modificateur

insereCFormule(f: Formule, c: Cjct)

* cette fonction ajoute la conjonction c à la liste de la formule f si elle n'y est pas déjà présente; l'endroit de l'insertion est indéterminé

Précondition :

∃ f ^ ∃ c ^ nbXCjct(f) = Length(c)
^ il n'y a pas de doublon dans djct(f)

Postcondition :

f = f_0 ∪ {c}

ajouteCFormule(f: Formule, c: Cjct)

* cette fonction ajoute la conjonction c à la liste de la formule f; l'endroit de l'insertion est déterminé par la position de l'index de la liste

Précondition :

∃ f ^ ∃ c ^ nbXCjct(f) = Length(c)

Postcondition :

f = f_0 ∪ {c}
^ c est ajouté à l'endroit pointé par l'index de djct(f)

ajouteApresCFormule(f: Formule, c: Cjct, pt : Pointeur)

* cette fonction ajoute la conjonction c à la liste de la formule f; l'endroit de l'insertion est déterminé par la position de l'élément suivant celui pointé par l'index de la liste

Précondition :

∃ f ^ ∃ c ^ nbXCjct(f) = Length(c)
^ pt pointe sur un élément de djct(f)

Postcondition :

f = f_0 ∪ {c} ^ pts= pt->suivant ^ c est inséré en pts

supprimeCFormule(f: Formule, c: Cjct)

* cette fonction supprime la conjonction c de la liste de la formule f si elle y est présente

Précondition :

$\exists f \wedge \exists c \wedge nbXCjct(f) = Length(c)$

Postcondition :

$f = f_0 \setminus \{c\}$

supprimeApresCFormule(f: Formule, pt : Pointeur)

* cette fonction supprime de la liste de la formule f la conjonction pointée par pt

Précondition :

$\exists f \wedge$ pt pointe sur un élément de djct(f)

Postcondition :

$c = pt\text{->}suivant \wedge f = f_0 \setminus \{c\}$

ajouteXiFormule(f: Formule, i : INT)

* cette fonction modifie les conjonctions de la liste de la formule f : toute conjonction voit son bit i mis à 1 si i <= nbXCjct(f); si i=nbXCjct(f)+1, on ajoute un bit supplémentaire à chacune des conjonctions de f, ce bit pouvant être à 0 ou à 1

Précondition :

$\exists f \wedge 1 <= i <= nbXCjct(f)+1$

Postcondition :

si $i <= nbXCjct(f)$ alors $\forall c \in djct(f) : c_i = 1$
si $i = nbXCjct(f)$ alors $nbXCjct(f) = nbXCjct(f_0) \wedge$ on insère dans f les nouvelles conjonctions $djct(f_0)|"0"$ et $djct(f_0)|"1"$

retireXiFormule(f: Formule, i : INT)

* cette fonction modifie les conjonctions de la liste de la formule f : toute conjonction voit son bit i mis à 0

Précondition :

$\exists f \wedge 1 <= i <= nbXCjct(f)$

Postcondition :

$\forall c \in djct(f) : c_i = 0$

e. Observateur

compareFormule(f1, f2: Formule): Booléen

* cette fonction renvoie la valeur Vrai si les deux formules sont identiques : l'identité s'entend pour les trois éléments et donc pour la liste de conjonctions qui doit être triée

Précondition :

∃f1 ^ djct(f1) est triée ^

∃f2 ^ djct(f2) est triée ^ nbXCjct(f1) = nbXCjct(f2)

Postcondition :

compareFormule=

Vrai si ∀ i:cl_i ∈ djct(f1) ou $c2_i$ ∈ djct(f2):compareCjct(cl_i,$c2_i$)

Faux sinon

compareBeta(beta1, beta2: Formule): INT

* Sachant que beta1 et beta2 sont déclarés, comparables et triés, sachant qu'un beta vide est plus petit que tout, cette fonction renvoie un entier

>0 si beta1>beta2 ou beta1<>vide et beta2= vide

<0 si beta1<beta2 ou beta1= vide et beta2<>vide

=0 si beta1=beta2

l'identité entre formule s'entend pour les trois éléments et donc pour la liste de conjonctions qui doit être triée

Précondition :

∃beta1 ^ djct(beta1) est triée ^

∃beta2 ^ djct(beta2) est triée ^ nbXCjct(beta1) = nbXCjct(beta2)

Postcondition :

compareFormule=

Vrai si ∀ i:cl_i ∈ djct(beta1) ou $c2_i$ ∈ djct(beta2):compareCjct(cl_i,$c2_i$)

Faux sinon

rechercheCFormule(f: Formule, c: Cjct): Booléen

* cette fonction renvoie Vrai si la conjonction c est présente dans la liste de la formule f

Précondition :

∃f ^ ∃c ^ nbXCjct(f) = Length(c)

Postcondition :

rechercheCFormule=

Vrai si ∃c' ∈ djct(f) : compareCjct(c,c')

Faux sinon

3. *Tuple2*

Cette structure de donnée est formée de deux éléments : une formule et un appel de procédure. Il ne s'agit pas à proprement parler d'un tuple, mais plutôt des deux premiers éléments d'un tuple. Tuple2 peut servir à identifier un tuple dans une liste de tuples uniques quant à leur deux premiers éléments.

L'appel de procédure est un entier qui sert d'indice dans une table qui reprend tous les prédicats : cette table a été générée lors du parsing.

a. Structure

```
Tuple2: PC[beta : Formule, p : INT]

    t : Tuple2
```

b. Invariant

* p(t) est un indice vers la table de prédicats (issues du parsing du programme)

c. Constructeur

nouveauTuple2(beta : Formule, p : INT) : Tuple2

* cette fonction alloue la mémoire nécessaire à un Tuple2 et l'initialise avec les deux arguments qui lui sont passés

Précondition :

```
∃ beta ^ ∃ p
```

Postcondition :

```
∃ nouveauTuple2 ^ beta(nouveauTuple2)= beta ^ p(nouveauTuple2)= p
```

d. Observateur

compareTuple2(t1, t2 : Tuple2) : Booléen

* cette fonction renvoie la valeur Vrai si les deux Tuple2 sont identiques : la comparaison des formules correspond à la fonction compareBeta

Précondition :

```
∃ t1 ^ ∃ t2
```

Postcondition :

```
compareTuple2=
     Vrai si p(t1) = p(t2) ^ compareBeta(beta(t1),beta(t2))
     Faux sinon
```

4. *Tuple3*

Cette structure correspond au tuple proprement dit, avec ses deux formules et son appel de procédure.

a. Structure

```
Tuple3: PC[beta1: Formule, p: INT, beta2: Formule]

    t: Tuple3
```

b. Invariant

p(t) est un indice vers la table de prédicats (issues du parsing du programme)

c. Constructeur

nouveauTuple2(beta1 : Formule, p : INT, beta2 : Formule) : Tuple3

* cette fonction alloue la mémoire nécessaire à un Tuple3 et l'initialise avec les trois arguments qui lui sont passés

Précondition :

∃ beta1 ^ ∃ p ^ ∃ beta2

Postcondition :

∃ nouveauTuple3 ^ beta1(nouveauTuple3)= beta1
^ p(nouveauTuple3)= p ^ beta2(nouveauTuple3)= beta2

d. Observateur

compareDomTuple3(t1,t2: Tuple3) : Booléen

* cette fonction renvoie la valeur Vrai si les deux premiers éléments des deux Tuple3 sont identiques : la comparaison des formules correspond à la fonction compareBeta

Précondition :

∃ t1 ^ ∃ t2

Postcondition :

```
compareDomTuple3 =
     Vrai si p(t1) = p(t2) ^ compareBeta(beta1(t1),beta1(t2))
     Faux sinon
```

5. *ListeTuple2*

La liste de Tuple2 est une liste linéaire : elle va servir à désigner un sous-ensemble des éléments contenus dans une liste de Tuple3, les éléments dont le domaine correspond aux éléments de Liste Tuple2.

C'est de ce type que seront les ensembles use, suspended et def.

a. Structure

```
ListeTuple2: SEQ[Tuple2]

    lt : ListeTuple2
```

b. Constructeur

uniListeTuple2(lt1, lt2: ListeTuple2) : ListeTuple2

* cette fonction alloue la mémoire nécessaire à une liste de Tuple2 et la remplit avec les éléments des deux listes qui lui sont passées en argument : les éléments de l'intersection des deux listes n'apparaissent qu'une seule fois dans la nouvelle liste

Précondition :

```
∃ lt1 ^ ∃ lt2
```

Postcondition :

```
∃ uniListeTuple2 ^ uniListeTuple2 = lt1 ∪ lt2
```

c. Modificateur

enleveTuple2(lt: ListeTuple2, t: Tuple2)

* cette fonction supprime le tuple t de la liste linéaire lt si il s'y trouve

Précondition :

```
∃ lt ^ ∃ t
```

Postcondition :

```
enleveTuple2= enleveTuple2₀ \ {t}
```

d. Observateur

appartientTuple2(lt: ListeTuple2, t: Tuple2): Booléen

* cette fonction renvoie la valeur Vrai si t est un élément de la liste lt

Précondition :

```
∃ lt ^ ∃ t
```

Postcondition :

```
appartientTuple2 =
     VRAI si t ∈ lt
     FAUX sinon
```

6. *ListeTuple3*

Cette structure correspond à une liste linéaire de Tuple3. Les éléments de cette liste ne sont pas triés, mais sont uniques dans la liste.

C'est de ce type que sera l'ensemble eta.

a. Structure

```
ListeTuple3: SEQ[Tuple3]

     lt : ListeTuple3
```

b. Observateur

* cette fonction renvoie Vrai il existe un tuple dans lt dont le domaine correspond à la paire t

appartientDomTuple3(lt: ListeTuple2, t: Tuple2)

Précondition :

```
∃ lt ^ ∃ t
```

Postcondition :

```
appartientDomTuple3 =
     VRAI si t ∈ lt
     FAUX sinon
```

B. Opérations Primitives

Les opérations primitives sont spécifiées d'une manière détaillée dans [Le Charlier 2]. On peut cependant les passer en revue pour indiquer la manière dont elles ont été réalisées pour le domaine abstrait choisi.

1. *Opérations Principales*

Ces opération suivent de très près l'algorithme donné dans [Le Charlier 2: 64...66]. On va se borner ici à donner les quelques aménagements apportés dans l'implémentation réelle.

a. SOLVE

Cette fonction initialise les ensembles de paires —use def, suspended— et l'ensemble des tuples abstraits —eta—. Le signal sameSat est mis à Vrai, ce qui donne 1 en C.

L'appel à SOLVEGOAL ne demande pas de commentaires. Cette fonction renvoie au programme principal la substitution de sortie —une formule—.

b. SOLVEGOAL

Dans cette fonction, les test d'appartenance aux ensembles suspended, def et eta sont assurés par les fonctions précédemment décrites. De même pour la mise à jour de ces ensembles.

On utilise un compteur local pour comptabiliser le nombre d'appels à cette procédure.

c. SOLVEPROCEDURE

Dans cette fonction, il faut ajouter puis *retirer* l'élément ($ß_{in}$,p) de l'ensemble suspended car, en C, on ne passe bien sûr jamais que le pointeur vers une structure.

d. SOLVEALLCLAUSES

Dans cette fonction, donner la valeur $\perp$ à $ß_{out}$ revient simplement à initialiser cette formule et à la laisser vide.

L'itération sur les clauses de p se fait par le parcours de la liste linéaire regroupant les clauses d'une procédure dans la représentation interne d'un programme.

e. SOLVECLAUSE

L'itération sur les buts de p se fait par le parcours à partir du deuxième élément de la liste linéaire regroupant les clauses d'une procédure dans la représentation interne d'un programme.

2. *Opérations Supplémentaires*

Ces opérations apparaissent dans les précédentes et agissent sur eta.

a. EXTEND

L'extension de eta consiste à renvoyer l'union du eta initial et de (ß,p,ß') où ß' est le plus grand des $ß_2$ —troisième élément du tuple— des tuples trouvés lorsqu'on recherche dans eta les tuples de domaine ($ß_{in}$, p) et de $ß_{in}$ inférieur ou égal à ß ($ß_{in}$

est l'un des arguments de EXTEND). Si eta ne contient pas de tel tuple, on utilise une formule de 0 conjonctions pour représenter $\perp$.

b. ADJUST

Cette fonction reçoit en argument la paire (ß,p) : elle va ajuster dans eta les tuples de domaine égal à cette paire en remplaçant leur troisième élément par le ß' fourni en argument si il est plus grand.

c. UNION

Cette fonction se limite à un appel à la fonction uniFormule présentée plus haut.

d. ETA

Cette fonction renvoie le troisième élément du tuple de domaine égal aux deux premiers arguments. On utilise ici la méthode rechercheElement de l'objet ListeLinéaire.

3. *Opérations sur le domaine*

Il s'agit des opérations primitives propres au domaine abstrait et utilisées par l'algorithme générique.

a. EXTC

Cette fonction fait appel à la fonction LEXT avec en argument une copie de la formule qu'elle reçoit elle-même en argument.

b. RESTRC

On crée ici une nouvelle formule reprenant les conjonctions de celle qui est passée en argument : les conjonctions de la nouvelle formule n'ont des bits significatifs qu'à concurrence du nombre de variables dans l'entête de la clause passée en argument.

c. EXTB

Après un appel à CHGVAR qui ajoute à $ß_{aux}$ et y renomme l'ensemble des variables représentées dans la table de concordance γ, cette fonction commence par construire un extracteur, une espèce de filtre permettant de ne garder d'une formule que les bits à considérer, c'est-à-dire ceux qui selon la table γ, on fait l'objet d'un renommage. Le filtre est en fait un masque logique qu'on utilisera avec un ET logique sur une conjonction de même taille.

Ensuite, pour toutes les conjonctions de $ß_{ext}$, qui sont celles qui apparaissent dans le but traité juste avant l'appel à EXTB, on peut extraire les bits significatifs. La conjonction filtrée, extrait, aura ses bits à 0 sauf si le bit correspond à un bit à un du masque.

Pour toute conjonction de la formule $ß_{aux}$ obtenue après traitement du but précédent, on va effectuer une comparaison avec l'extrait : si la conjonction filtrée apparait dans $ß_{aux}$, on la maintient dans $ß_{ext}$ sinon on la supprime.

d. RESTRB

Cette formule commence par créer une table de concordance γ qui tient trace des indices précédents des variables retenues dans le but passé en argument. La formule à restreindre est recopiée et modifiée avant d'être renvoyée.

La table γ est déclarée globalement pour le module "primitive.c" afin de ne pas modifier les entêtes des procédures telles qu'elles apparaissent dans [Le Charlier 2]; γ est de type formule.

Pour chacun des bits de chacune des conjonctions de la formule, on va vérifier si il existe un bit de même indice et mis à 1 dans l'une des conjonctions représentant la liste des variables du but. Si c'est le cas, la variable est présente dans le but et il faut la renommer. Le renommage s'effectue de manière incrémentale en partant de 1: la $i^{ème}$ variable à renommer correspondra au $i^{ème}$ bit de la nouvelle conjonction. La table de concordance va mettre en rapport ce nouvel indice i et l'indice précédent du bit dans la conjonction de la formule avant renommage.

On a donc une triple itération : pour les conjonctions de la formule, pour les bits de la conjonction, pour chaque variable du but.

e. AIFUNC

Cette fonction se limite à insérer la éléments de la représentation binaire de l'unification de x_1 et de $x_2 \ldots x_n$: on remarque que la conjonction où toutes les variables apparaissent positivement —11...111—, est toujours présente, ce qui est cohérent avec le résultat de [Cortesi: 4].

f. AIVAR

Cette fonction se limite à insérer 11 en lieu et place d'éventuelles conjonctions 01 et 10 dans la formule passée en argument.

g. LEXT

Cette fonction effectue une itération sur le nombre de variables à ajouter : l'itération consiste à appeler la fonction ajouteXiFormule en spécifiant que la variable à ajouter a un indice de 1 supérieur à la taille de la formule auquel il faudra l'ajouter.

h. CHGVAR

Cette fonction renvoie une copie de la formule passée en argument : cette copie est étendue à l'ensemble des variables représentées dans la table de concordance γ. Les variables sont renommées, ce qui renverse un précédent renommage. Ceci correspond au niveau de la conjonction à une permutation des bits.

C. Parsing

L'acquisition du texte du programme logique à interpréter se fait par l'intermédiaire d'un tampon en mémoire centrale dans lequel l'entièreté du texte sera tout d'abord lue.

La conversion en représentation interne de ce texte est assurée principalement par deux fonction : LireFichier et ParseBut.

Les chaînes de caractères identifiant les appels de procédures sont stockés dans une table —tablePred—, qui lie par ailleurs ces appel de procédure à leur représentation interne. Cette table est déclarée globalement et est initialisée avec l'opérateur de liste —[]— en premier élément.

Les variables sont représentées par des listes de binaires qui sont tous à 0 sauf celui dont le rang correspond à l'indice de la variable. La taille de la liste est fixée par le nombre de variables dans la clause à laquelle appartient la variable. Afin de

pouvoir représenter une variable dès la première lecture du texte, on requiert de chaque clause d'être précédée du nombre des variables qui y apparaissent.

La représentation interne d'un programme se fait de nouveau par une hiérarchie de liste linéaire de structures : un programme est une liste de procédures, une procédure contient l'appel de procédure qui l'identifie —un entier indice de la table des prédicats— et une liste de clauses, une clause contient une liste de buts ainsi que le nombre de variables dans son entête et dans son corps, un but est une structure qui contient :

- un type : une énumération {UNIVAR, UNIFONCT, PREDICAT}
- un symbole : NULL pour UNIVAR, l'entier un pour UNIFONCT puisque le seul foncteur admis est le constructeur de liste, et un indice de la table des prédicats sinon
- une liste de variables : la structure vient d'en être décrite; pour une unification du type X_i=..., X_i est la première variable.

IV. Exemples d'exécution

Afin d'illustrer la réalisation de l'interpréteur qui vient d'être décrite, il s'agit de tester le programme obtenu sur quelques exemples de programmes logiques normalisés. Mais d'abord, voici un mode d'emploi sommaire.

A. Mode d'emploi

Le programme logique à interpréter doit se trouver dans un fichier de type texte, appelé "programme.iab" et situé dans le même répertoire que la version exécutable du programme d'interprétation. Cette interprétation portera sur la première procédure du programme logique.

La substitution de départ se trouve dans le fichier de type texte "betaIn.iab". Il est composé d'une suite d'entiers séparés par des blancs : le premier désigne le nombre de variables de la première procédure du programme, les éventuels suivants désignent les indices des variables dont on sait qu'elles sont ground avant exécution.

Ainsi, par exemple,

betaIn : "3 1 2 <EOF>"

représente une substitution portant sur trois variables où la première et la deuxième sont ground, ce qui va donner après transformations :

$\{X_1 \leftarrow \text{ground}, X_2 \leftarrow \text{ground}, X_3 \leftarrow \text{any}\}$

$\Downarrow$

$X_1 \wedge X_2 \wedge X_3 \ \vee \ X_1 \wedge X_2 \wedge \neg X_3$

$\Downarrow$

{{1,1,1}, {1,1,0}} ou {7,3}

De même,

betaIn : "2 <EOF>"

représente une substitution portant sur deux variables dont on ne sait rien, ce qui va donner après transformations :

$$\{X_1 \leftarrow any,\ X_2 \leftarrow any\}$$

$$\Downarrow$$

$$X_1 \wedge X_2 \quad \vee \quad \neg X_1 \wedge X_2 \quad \vee \quad X_1 \wedge \neg X_2 \quad \vee \quad \neg X_1 \wedge \neg X_2$$

$$\Downarrow$$

$$\{\{1,1\},\ \{1,0\},\ \{0,1\},\ \{0,0\}\} \text{ ou } \{3,2,1,0\}$$

Pour revenir au programme lui-même, il suivra la syntaxe décrite précédemment pour les programmes normalisés, à ceci près : chaque clause devra être précédée d'un préfixe de la forme "{m,n}" où m sera le nombre de variables dans l'entête de la clause suivante; n sera le nombre de variables présentes dans le corps de cette clause et qui ne sont pas reprises dans l'entête.

De plus, on suppose une clause vide en fin de programme et donc le préfixe "{0,0}" qui signale la fin du programme. Ces ajouts syntaxiques permettent de faciliter une lecture du texte et une allocation dynamique de la mémoire en un seul passage.

On peut modifier la syntaxe déjà introduite :

```
Prefixe      = "{" Entier "," Entier "}".
ClauseNorm   = Prefixe AppelProc ("←" | ":-" ) "(" { AtomeNorm } ")" ".".
PgmNorm      = ProcNorm { ProcNorm } "{0,0}".
```

Ainsi, voici le texte de l'exemple déjà présenté tel qu'il devra apparaître:

```
{3,0}
append (X1, X2, X3) :- X1=[], X2=X3.
{3,3}
append (X1, X2, X3) :- X1=[X4 | X5], X3=[X4 | X6],
    append (X5, X2, X6).
{0,0}
```

La substitution résultant de l'interprétation sera affichée à l'écran et sera contenue dans le fichier "résultat.iab" avec une trace sommaire de l'exécution. Une trace plus complète reprenant la représentation des états intermédiaires des structures de données utilisées se trouve dans le fichier "debug.iab".

B. append

Append est l'exemple classique de programme de concaténation de listes : il est composé de plusieurs clauses et présente les trois cas possibles d'atomes normalisés. Le programme a déjà été présenté à plusieurs reprises.

On peut commencer avec la substitution d'entrée telle que la troisième variable sera ground, soit

$$\{X_1 \leftarrow any,\ X_2 \leftarrow any,\ X_3 \leftarrow ground\}$$

$$\Downarrow$$

$$X_1 \wedge X_2 \wedge X_3 \quad \vee \quad \neg X_1 \wedge X_2 \wedge X_3 \quad \vee \quad X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \quad \vee \quad \neg X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3$$

Voici la trace sommaire telle qu'elle apparait dans le fichier "résultat.iab":

```
lecture de betaIn
          (¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #1 pour append
     EXTEND #1 pour append
          (¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
     SOLVEPROCEDURE in
          SOLVEALLCLAUSES in #1
               SOLVECLAUSE 1 in #1
                    AIFUNC dans clause 1
                    AIVAR dans clause 1
               SOLVECLAUSE 1 out #1
               (X1^X2^X3)
               SOLVECLAUSE 2 in #2
                    AIFUNC dans clause 2
                    AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #2 pour append
SOLVEGOAL out #2 pour append
               formule vide de nbX= 3
               SOLVECLAUSE 2 out #2
               formule vide de nbX= 3
               ADJUST #1
          SOLVEALLCLAUSES out #1
               (X1^X2^X3)
          SOLVEALLCLAUSExS in #2
               SOLVECLAUSE 1 in #1
                    AIFUNC dans clause 1
                    AIVAR dans clause 1
               SOLVECLAUSE 1 out #1
               (X1^X2^X3)
               SOLVECLAUSE 2 in #2
                    AIFUNC dans clause 2
                    AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #3 pour append
SOLVEGOAL out #3 pour append
               (X1^X2^X3)
               SOLVECLAUSE 2 out #2
               (X1^X2^X3)
          SOLVEALLCLAUSES out #2
               (X1^X2^X3)
     SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #1 pour append
eta en sortie
     Tuple3 de symbole #2 : append
          beta1
       4  001
       5  101
       6  011
       7  111
          beta2
       7  111
     … 1 tuples dans la liste

… and the winner is …
               (X1^X2^X3)
```

En regard de cette trace et de sa version plus étendue[1] que l'on trouvera en annexe, on va pouvoir commenter les étapes successives de l'exécution de l'interpréteur.

Lors du premier appel à SOLVEGOAL, eta est vide et doit être "étendu" pour contenir le tuple (β_{in},"append",$\perp$) [A1:55]. eta est modifié et sameSat doit être mis à Faux. La procédure append n'a pas encore été traitée et doit être mise dans l'ensemble des tuples en suspens (suspended) [A1:65]. Cà a lieu dans SOLVEPROCEDURE.

Ensuite, SOLVECLAUSE va traiter la première clause, qui est formée de deux built-in: une unification de foncteur qui est prise en charge par AIFUNC [A1:94] et une unification de variables, prise en charge par AIVAR [A1:112]. Avant tout cela, le β_{in} aurait dû être étendu aux variables supplémentaires du corps de la clause, mais il n'y en a pas et EXTC n'a pas d'effet [A1:78].

Avant l'appel à la procédure d'unification correspondante, la substitution devra être filtrée pour ne garder que les variables du but: une première fois, on garde X_1 qui peut être Vrai ou Faux [A1:87]. Dans le sens inverse, on va étendre le résultat de l'unification aux variables du but par EXTB [A1:96]. Une seconde fois, on garde X_2 et X_3, ce qui donne après renommage de la nouvelle substitution : $\neg X_1 \wedge X_2 \vee X_1 \wedge X_2$ [A1:104]. Le renommage devra pouvoir être effectué dans l'autre sens, aussi doit-on créer une table de concordance entre les anciens indices et les nouveaux [A1:107]. La substitution est passée à AIVAR puis à EXTB : le résultat vaut $X_1 \wedge X_2 \wedge X_3$ [A1:114].

De même que EXTC n'avait pas eu d'effet, RESTRC ne modifie rien à la substitution issue du deuxième appel à EXTB.

SOLVEALLCLAUSSES, qui assure l'itération pour toutes les clauses, appelle SOLVECLAUSE une deuxième fois pour la deuxième clause.

Cette fois EXTC va modifier la substitution d'entrée : de trois variables, on passe à six et on obtient une disjonction de 32 conjonctions après extension aux trois variables libres [A1:141]. Les deux premiers buts de cette clause, qui sont des built-in, sont traités d'une manière similaire à ce qui vient d'être décrit ([A1:196] puis [A1:236]). Le troisième est un appel de procédure récursif à append avec une substitution d'entrée identique au β_{in} de départ. SOLVEGOAL est appelé [A1:261] et cette fois l'ensemble suspended contient la paire formée de append et du β_{in}.

append qui était en suspens est à présent utilisé par un autre prédicat —lui même—. On le range donc dans l'ensemble de paires use [A1:290] et on renvoie à la procédure SOLVEGOAL appelante l'approximation contenue dans eta. La substitution est donc $\perp$ [A1:297] et EXTB n'a aucun effet, pas plus que RESTRC [A1:305].

L'union des substitutions issues de l'interprétation des deux clauses du programme donne $X_1 \wedge X_2 \wedge X_3$ [A1:311] et ce résultat est évidemment plus précis que celui contenu dans eta, aussi faut-il ajuster celui-ci [A1:324]. Cette nouvelle modification de eta met le Booléen sameSat à Faux et l'itération dans SOLVEPROCEDURE génère un nouvel appel à SOLVEALLCLAUSES et ses deux appels à SOLVECLAUSE ([A1:342] puis [A1:404]. Tout se déroule comme précédemment jusqu'à l'appel récursif à SOLVEGOAL. Cette fois, la valeur

---

[1] les références à cette trace étendue auront la forme suivante "[A1:n], où n sera le numéro de la ligne à laquelle il faut se référer.

trouvée dans eta est $X_1 \wedge X_2 \wedge X_3$ [A1:566] et c'est cette substitution aussi qui résultera de l'union pour les deux clauses [A1:580].

Cette fois, eta n'est pas ajusté car la substitution n'apporte rien par rapport au tuple déjà présent. sameSat avait été mis à Vrai en début de SOLVEALLCLAUSES et puisqu'on ne touche pas à eta, il le reste. L'itération de SOLVEPROCEDURE se termine et on peut retirer le tuple de ceux qui sont en utilisation [A1:599] et l'approximation actuelle est fournie comme réponse [A1:608].

On peut maintenant présenter un tableau récapitulatif des résultats[1] obtenus pour diverses utilisations de append :

X_i ground dans $ß_{in}$	$ß_{out}$	itérations
X_1	$X_1 \wedge (X_2 \Leftrightarrow X_3)$	3
X_2	$X_2 \wedge (X_1 \Leftrightarrow X_3)$	4
X_3	$X_1 \wedge X_2 \wedge X_3$	3
X_1 et X_2	$X_1 \wedge X_2 \wedge X_3$	3
X_1, X_2 et X_3	$X_1 \wedge X_2 \wedge X_3$	3
aucun	$(X_1 \wedge (X_2 \Leftrightarrow X_3)) \vee (X_2 \wedge (X_1 \Leftrightarrow X_3)) \vee (X_1 \Leftrightarrow X_2 \Leftrightarrow X_3)$	4

La trace de ces différents cas de $ß_{in}$ est présentée en Annexe.

Pour ce qui est du temps d'exécution, il est perceptiblement nul sur un Macintosh SE/30.

C. quicksort

Il est intéressant de tester à présent un programme moins trivial : le tri rapide — Quick Sort—.

Vu la simplicité du domaine couvert par cet interpréteur, le programme a dû être adapté tout en maintenant une parfaite équivalence pour ce qui concerne l'interprétation abstraite. Le domaine ne permet pas l'utilisation d'opérateur arithmétique : on a remplacé celui-ci par une nouvelle procédure, inegal, dont le seul effet est d'instancier les opérandes

Voici le programme,

```
{2,1}
sort (X1, X2) :-
  X3=[], quicksort (X1, X2, X3).
{3,0}
quicksort (X1, X2, X3) :-
  X1=[], X3=X2.
{3,6}
quicksort (X1, X2, X3) :-
  X1=[X4|X5],
  partition (X5, X4, X6, X7),
  quicksort (X7, X8, X3),
  X9=[X4|X8],
  quicksort (X6, X2, X9).
```

[1] par nombre d'itérations on entend le nombre d'appels à SOLVEGOAL

```
   quicksort (X6, X2, X9).

{4,0}
partition (X1, X2, X3, X4) :-
   X1=[], X3=[], X4=[].
{4,3}
partition (X1, X2, X3, X4) :-
   X1=[X5|X6], X3=[X5|X7], inegal(X5, X2),
   partition (X6, X2, X7, X4).
{4,3}
partition (X1, X2, X3, X4) :-
   X1=[X5|X6], X4=[X5|X7], inegal(X5, X2),
   partition (X6, X2, X3, X7).

{2,0}
inegal (X1, X2) :-
   X1=[], X2=[].
{0,0}
```

On peut interpréter ce programme pour les deux possibilités suivantes de β_{in} et obtenir les résultats ci-dessous :

X_i ground dans β_{in}	β_{out}	itérations
X_1	$X_1 \wedge X_2$	32
X_1, X_2	$X_1 \wedge X_2$	38

La trace pour le premier cas est reproduite en annexe.

On remarque que près de la moitié de l'exécution sert à obtenir des tuples inutiles dans lesquels β_1 est vide. Ce phénomène est dû à la succession des deux appels de procédure à append : après le premier appel récursif à SOLVEGOAL, le programme renvoie la liste vide et c'est de cette liste que doit partir le deuxième appel récursif, ce qui demande un recalcul de toutes les procédures appelées avec la liste vide en β_{in}.

D. queens

On peut, pour terminer, envisager un programme d'une taille un peu plus conséquente. Il s'agit du problème classique dit des "huit reines". Pour rappel, l'objectif de ce programme est de déterminer le positionnement de huit reines sur un échiquier d'une manière telle qu'elles ne se menacent pas l'une l'autre.

Ce programme est composé de sept procédures regroupant un total de onze clauses, pour un maximum de dix variables par clause. On trouve ci-dessous le texte du programme.

```
{2,0}
queens (X1, X2) :-
   perm (X1, X2), safe (X2).

{2,0}
perm (X1, X2) :-
   X1=[], X2=[].
{2,6}
perm (X1, X2) :-
   X1=[X3|X4], X2=[X5|X6], X7=[X3|X4],
   delete (X5, X7, X8),
   perm (X8, X6).
```

```
{3,0}
delete (X1, X2, X3) :-
   X2=[X1|X3].
{3,3}
delete (X1, X2, X3) :-
   X2=[X4|X5], X3=[X4|X6],
   delete (X1, X5, X6).

{1,0}
safe (X1) :-
   X1=[].
{1,3}
safe (X1) :-
   X1=[X2|X3], X4= [],
   noattack (X2, X3, X4),
   safe(X3).

{3,0}
noattack (X1, X2, x3) :-
   X2=[].
{3,7}
noattack (X1, X2, x3) :-
   X2=[X4|X5],
   inegal(X1,X4), plus(X6, X4, X3),
   inegal(X1,X6), plus(X7, X1, X3),
   inegal(X4,X7), X10=[], plus(X9, X3, X10),
   inegal(X8,X9),
   noattack(X1, X5, X8).

{2,0}
inegal (X1, X2) :-
   X1=[], X2=[].
{3,0}
plus (X1, X2, X3) :-
   X1=[], X2=[], X3=[].
{0,0}
```

Ce programme va être testé comme précédemment :

X_i ground dans $ß_{in}$	$ß_{out}$	itérations
X_1	$(X_1 \wedge \neg X_2) \vee (X_1 \wedge X_2)$	90

La trace pour le premier cas est reproduite en annexe.

Pour ce qui est du temps d'exécution, il est de quelques secondes, la grande partie de ce temps étant consacrée à créer un fichier de trace étendue —debug.iab— long de 411Ko.

V. Conclusion

Ce travail a tenté de décrire la réalisation d'une application spécifique de l'interprétation abstraite. Que faut-il en retenir ?

Tout d'abord, que le sujet est complexe. On manie plusieurs niveaux d'abstractions, on analyse une syntaxe précise, on se fonde sur des sémantiques, on crée de nouveaux domaines... Ce qui est bien complexe, face à la simplicité apparante de l'énoncé "une variable après exécution du programme est-elle ground ?".

Si la question semble triviale, l'univers dans lequel s'exprime les éléments de réponse que l'on peut lui apporter l'est bien moins. Aussi, préalablement à toute ébauche de réalisation, s'agissait-il de "pénétrer" dans cet univers. Cette remarque est bien sûr évidente : "comprendre un problème, c'est déjà y répondre...". Il fallait cependant noter que cette fois, comprendre le problème n'était pas chose triviale. Mais revenons au travail lui-même.

L'originalité de ce travail n'est pas dans la simple implémentation des algorithmes décrits dans [Le Charlier 2], celle-ci était réalisée[1] en parallèle à ce mémoire par P. Van Hentenryck et est décrite dans [Le Charlier 3]. Il s'agit davantage de tester les avantages et défauts de l'utilisation effective d'un domaine abstrait original inspiré de [Cortesi] et de [Marriot].

D'une manière générale, l'implémentation du domaine abstrait telle qu'elle vient d'être décrite pose un problème : le nombre des variables qui peuvent apparaître dans une clause est limité par la taille des entiers utilisés pour représenter une conjonction dans la formulation disjonctive des substitutions abstraites.

Ce problème a une contrepartie évidente : la simplicité[2] relative de représentation des substitutions abstraites et la possibilité d'utiliser l'arsenal d'opérateurs logiques sur les entiers.

La puissance expressive du domaine abstrait n'est pas vraiment comparable à celle du domaine choisi dans [Musumbu]. Certaines propriétés sont exprimables dans un domaine sans l'être dans l'autre, et vice-versa.

Si l'on tente de comparer les résultats obtenus par le programme décrit dans ce travail et celui décrit dans [Le Charlier 3], on voit que ce dernier effectue un

---

1 7000 lignes de Pascal

2 le programme, dont le code est reproduit en annexe, dépasse les 2000 lignes, mais il est futile de vouloir comparer deux programmes sur base de leur taille respective, surtout quand le langage choisi n'est pas le même...

nombre d'itérations plusieurs fois inférieur au nôtre dans l'exemple du programme logique QUEENS. Avant d'attribuer le bénéfice de cette efficacité aux seuls raffinements de la version 4 de l'algorithme générique de [Le Charlier 2], il conviendrait de vérifier que la notion de nombre d'itérations est bien la même dans les deux cas. De même, il faudrait éclaircir la réelle nécessité de recalculer une série de tuple avec $\perp$ en entrée lorsque deux appels récursifs se font suite.

Quoiqu'il en soit, il serait intéressant d'évaluer le comportement de cet interpréteur sur la diversité des programmes et selon les multiples critères présentés dans [Le Charlier 3] et de vérifier si les prévisions de complexité théorique calculées dans [Le Charlier 2] sont vérifiées.

De plus, il est vraisemblable que, étant donné la simplicité du domaine abstrait choisi ici, une itération corresponde à un temps CPU bien inférieur à ce qu'il peut être pour l'autre implémentation.

Ce travail, on le voit, n'est qu'une étape, ni la première, ni la dernière, une participation à un ensemble de recherches effectuées aux FUNDP et visant à perfectionner l'interprétation abstraite des programmes Prolog. La voie esquissée par ce travail devrait pouvoir être prolongée et permettre ainsi de révéler davantage les potentialités offertes tant par l'algorithme abstrait générique que par l'utilisation de formes logiques disjonctives comme domaine abstrait.

VI. Bibliographie

[Clocksin] : W.F. Clocksin et C.S. Mellish, *Programming in Prolog*, Springer-Verlag, Berlin, 1981.

[Cortesi] : A. Cortesi, G. Filé et W. Winsborough, *Prop revisited : Propositional Formula as Abstract Domain for Groundness Analysis*, Proceedings of the Sixth Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science, 1991.

[Le Charlier 1] : B. Le Charlier, K. Musumbu et P. Van Hentenryck, *Efficient and Accurate algorithms for the Abstract Interpretation of Prolog programs*, Research paper RP-90/9, FUNDP, Namur, Août 1990.

[Le Charlier 2] : B. Le Charlier, K. Musumbu et P. Van Hentenryck, *A Generic Abstract Interpretation Algorithm and its complexity analysis*, Proceedings of the eighth International Conference on Logic Programming (ICLP 91), Paris, Juin 1991.

[Le Charlier 3] : B. Le Charlier et P. Van Hentenryck, *Experimental Evaluation of a Generic Abstract Interpretation Algorithm for Prolog*, unpublished paper, FUNDP Namur, Août 1991.

[Lloyd] : J. W. Lloyd, *Foundations of Logic Programming*, 2° edition, Springer-Verlag, Berlin, 1987.

[Marriott] : K. Marriott et H. Søndegaard, *Notes for a tutorial on abstract interpretation of logic programs*, NACLP, Cleveland, 1989.

[Musumbu] : K. Musumbu, *Interprétation Abstraite de programme Prolog*, thèse de doctorat, FUNDP, Namur, Septembre 1990.

[Shapiro] : L. Sterling et E. Shapiro, *The Art of Prolog : Advanced Programming Techniques*, MIT Press, Cambridge, Ma, 1986.

VII. Annexes

A. Trace de Append

1. x3 est ground (étendue)

```
1.   symbole 2 :
2.  {          append}
3.   Procédure append :
4.   Clause de 3 var en tête et 0 var
dans le corps
5.   but type PREDICAT, append
6.      Nombre de variables dans le
but :  3
     7.   100
     8.   010
     9.   001
10.  but type UNIFONCT []
11.     Nombre de variables dans le
but :  1
     12.  100
13.  but type UNIVAR
14.     Nombre de variables dans le
but :  2
     15.  010
     16.  001
17.  Clause de 3 var en tête et 3 var
dans le corps
18.  but type PREDICAT, append
19.     Nombre de variables dans le
but :  3
     20.  100000
     21.  010000
     22.  001000
23.  but type UNIFONCT []
24.     Nombre de variables dans le
but :  3
     25.  100000
     26.  000100
    27.   000010
28.  but type UNIFONCT []
29.     Nombre de variables dans le
but :  3
     30.  001000
     31.  000100
    32.   000001
33.  but type PREDICAT, append
34.     Nombre de variables dans le
but :  3
    35.   000010
     36.  010000
    37.   000001
38.  betaIn en entrée de SOLVEGOAL #1
pour append
     39.  001
     40.  101
     41.  011
     42.  111
43.  suspended en entrée de SOLVEGOAL
44.  … 0 Tuple2 dans la liste
45.  use en entrée de SOLVEGOAL
46.  … 0 Tuple2 dans la liste
47.  sameSat en entrée de SOLVEGOAL :
1
48.  eta en entrée de SOLVEGOAL
49.  … 0 tuples dans la liste
50.  def en entrée de SOLVEGOAL
51.  … 0 Tuple2 dans la liste
52.  tuple n'appartient pas à
suspended
53.  tuple n'appartient pas à def
54.  tuple n'appartient pas au dom de
eta
55.  eta après EXTEND
56.  Tuple3 de symbole #2 : append
57.     beta1
     58.  001
     59.  101
     60.  011
     61.  111
62.     beta2
63.  formule vide de nbX=3
64.  … 1 tuples dans la liste
65.  suspended dans SOLVEPROCEDURE
66.  Tuple2 de symbole #2 : append
     67.  001
     68.  101
     69.  011
     70.  111
71.  … 1 Tuple2 dans la liste
72.       SOLVECLAUSE 1 in #1
```

```
73.  betaIn à l'entrée de SOLVECLAUSE
     74.  001
     75.  101
     76.  011
     77.  111
78.  betaExt après EXTC
     79.  001
     80.  101
     81.  011
     82.  111
83.  but à traiter dans solveclause
84.  but type UNIFONCT []
85.     Nombre de variables dans le
but :  1
     86.  100
87.  betaAux après RESTRB
     88.  0
     89.  1
90.  gamma
     91.  100
     92.  000
     93.  000
94.  betaAux après AIFUNC dans clause
1
     95.  1
96.  betaExt après EXTB
     97.  101
     98.  111
99.  but à traiter dans solveclause
100.    but type UNIVAR
101.       Nombre de variables dans le
but :  2
     102. 010
     103. 001
104.    betaAux après RESTRB
     105. 01
     106. 11
107.    gamma
     108. 000
     109. 100
     110. 010
111.    AIVAR in
112.    betaAux après AIVAR
     113. 11
114.    betaExt après EXTB
     115. 111
116.    RESTRC in
117.    betaOut après RESTRC
     118. 111
119.    betaAux après SOLVECLAUSE
     120. 111
121.    betaOut avant UNION
122.    formule vide de nbX=3
123.    betaOut après UNION dans
SOLVEALLCLAUSES
     124. 111
125.    eta après UNION dans
SOLVEALLCLAUSES
126.    Tuple3 de symbole #2 : append
127.       beta1
     128. 001
     129. 101
     130. 011
     131. 111
132.       beta2
133.    formule vide de nbX=3
134.    … 1 tuples dans la liste
135.          SOLVECLAUSE 2 in #2
136.    betaIn à l'entrée de
SOLVECLAUSE
     137. 001
     138. 101
     139. 011
     140. 111
141.    betaExt après EXTC
     142. 001111
     143. 001110
     144. 001101
     145. 001100
     146. 001011
     147. 001010
     148. 001001
     149. 001000
     150. 101111
     151. 101110
     152. 101101
     153. 101100
     154. 101011
     155. 101010
     156. 101001
     157. 101000
     158. 011111
     159. 011110
     160. 011101
     161. 011100
     162. 011011
     163. 011010
     164. 011001
     165. 011000
     166. 111111
     167. 111110
     168. 111101
     169. 111100
     170. 111011
     171. 111010
     172. 111001
     173. 111000
174.    but à traiter dans
solveclause
175.    but type UNIFONCT []
176.       Nombre de variables dans le
but :  3
     177. 100000
     178. 000100
     179. 000010
180.    betaAux après RESTRB
     181. 011
     182. 010
     183. 001
     184. 000
     185. 111
     186. 110
     187. 101
     188. 100
189.    gamma
     190. 100000
     191. 000000
     192. 000000
     193. 010000
     194. 001000
     195. 000000
```

```
196.   betaAux après AIFUNC dans
clause 2
     197. 111
     198. 010
     199. 001
     200. 000
201.   betaExt après EXTB
    202.  001101
    203.  001100
    204.  001011
    205.  001010
    206.  001001
     207. 001000
    208.  101111
    209.  101110
    210.  011101
    211.  011100
    212.  011011
    213.  011010
    214.  011001
     215. 011000
    216.  111111
    217.  111110
218.   but à traiter dans
solveclause
219.   but type UNIFONCT []
220.     Nombre de variables dans le
but :  3
     221. 001000
     222. 000100
    223.  000001
224.   betaAux après RESTRB
     225. 111
     226. 110
     227. 101
     228. 100
229.   gamma
     230. 000000
     231. 000000
     232. 100000
     233. 010000
     234. 000000
     235. 001000
236.   betaAux après AIFUNC dans
clause 2
     237. 111
238.   betaExt après EXTB
    239.  001101
    240.  101111
    241.  011101
    242.  111111
243.   but à traiter dans
solveclause
244.   but type PREDICAT, append
245.     Nombre de variables dans le
but :  3
    246.  000010
     247. 010000
    248.  000001
249.   betaAux après RESTRB
     250. 001
     251. 101
     252. 011
     253. 111
254.   gamma
     255. 000000
     256. 010000
     257. 000000
     258. 000000
     259. 100000
     260. 001000
261.   appel récursif à SOLVEGOAL
262.   betaIn en entrée de SOLVEGOAL
#2 pour append
     263. 001
     264. 101
     265. 011
     266. 111
267.   suspended en entrée de
SOLVEGOAL
268.   Tuple2 de symbole #2 : append
     269. 001
     270. 101
     271. 011
     272. 111
273.   … 1 Tuple2 dans la liste
274.   use en entrée de SOLVEGOAL
275.   … 0 Tuple2 dans la liste
276.   sameSat en entrée de
SOLVEGOAL : 1
277.   eta en entrée de SOLVEGOAL
278.   Tuple3 de symbole #2 : append
279.     beta1
     280. 001
     281. 101
     282. 011
     283. 111
284.     beta2
285.   formule vide de nbX=3
286.   … 1 tuples dans la liste
287.   def en entrée de SOLVEGOAL
288.   … 0 Tuple2 dans la liste
289.   tuple appartient à suspended
290.   use après ajout dans
SOLVEGOAL
291.   Tuple2 de symbole #2 : append
     292. 001
     293. 101
     294. 011
     295. 111
296.   … 1 Tuple2 dans la liste
297.   betaAux après appel récursif
à SOLVEGOAL
     298. 001
     299. 101
     300. 011
     301. 111
302.   betaExt après EXTB
303.   formule vide de nbX=6
304.   RESTRC in
305.   betaOut après RESTRC
306.   formule vide de nbX=3
307.   betaAux après SOLVECLAUSE
308.   formule vide de nbX=3
309.   betaOut avant UNION
    310. 111
311.   betaOut après UNION dans
SOLVEALLCLAUSES
    312. 111
313.   eta après UNION dans
SOLVEALLCLAUSES
314.   Tuple3 de symbole #2 : append
```

```
315.      beta1
     316. 001
     317. 101
     318. 011
     319. 111
320.      beta2
321.    formule vide de nbX=3
322.    … 1 tuples dans la liste
323.    ADJUST in
324.    eta après ADJUST dans
SOLVEALLCLAUSES
325.    Tuple3 de symbole #2 : append
326.      beta1
     327. 001
     328. 101
     329. 011
     330. 111
331.      beta2
     332. 111
333.    … 1 tuples dans la liste
334.    use après SOLVEALLCLAUSES
dans SOLVEPROCEDURE
335.    Tuple2 de symbole #2 : append
     336. 001
     337. 101
     338. 011
     339. 111
340.    … 1 Tuple2 dans la liste
341.          SOLVECLAUSE 1 in #1
342.    betaIn à l'entrée de
SOLVECLAUSE
     343. 001
     344. 101
     345. 011
     346. 111
347.    betaExt après EXTC
     348. 001
     349. 101
     350. 011
     351. 111
352.    but à traiter dans
solveclause
353.    but type UNIFONCT []
354.      Nombre de variables dans le
but :  1
     355. 100
356.    betaAux après RESTRB
     357. 0
     358. 1
359.    gamma
     360. 100
     361. 000
     362. 000
363.    betaAux après AIFUNC dans
clause 1
     364. 1
365.    betaExt après EXTB
     366. 101
     367. 111
368.    but à traiter dans
solveclause
369.    but type UNIVAR
370.      Nombre de variables dans le
but :  2
     371. 010
     372. 001
373.    betaAux après RESTRB
     374. 01
     375. 11
376.    gamma
     377. 000
     378. 100
     379. 010
380.    AIVAR in
381.    betaAux après AIVAR
     382. 11
383.    betaExt après EXTB
     384. 111
385.    RESTRC in
386.    betaOut après RESTRC
     387. 111
388.    betaAux après SOLVECLAUSE
     389. 111
390.    betaOut avant UNION
391.    formule vide de nbX=3
392.    betaOut après UNION dans
SOLVEALLCLAUSES
     393. 111
394.    eta après UNION dans
SOLVEALLCLAUSES
395.    Tuple3 de symbole #2 : append
396.      beta1
     397. 001
     398. 101
     399. 011
     400. 111
401.      beta2
     402. 111
403.    … 1 tuples dans la liste
404.        SOLVECLAUSE 2 in #2
405.    betaIn à l'entrée de
SOLVECLAUSE
     406. 001
     407. 101
     408. 011
     409. 111
410.    betaExt après EXTC
    411.  001111
    412.  001110
    413.  001101
    414.  001100
    415.  001011
    416.  001010
    417.  001001
     418. 001000
    419.  101111
    420.  101110
    421.  101101
    422.  101100
    423.  101011
    424.  101010
    425.  101001
     426. 101000
    427.  011111
    428.  011110
    429.  011101
    430.  011100
    431.  011011
    432.  011010
    433.  011001
     434. 011000
    435.  111111
```

```
    436.  111110
    437.  111101
    438.  111100
    439.  111011
    440.  111010
    441.  111001
     442. 111000
443.   but à traiter dans
solveclause
444.   but type UNIFONCT []
445.     Nombre de variables dans le
but :  3
     446. 100000
     447. 000100
    448.  000010
449.   betaAux après RESTRB
     450. 011
     451. 010
     452. 001
     453. 000
     454. 111
     455. 110
     456. 101
     457. 100
458.   gamma
     459. 100000
     460. 000000
     461. 000000
     462. 010000
     463. 001000
     464. 000000
465.   betaAux après AIFUNC dans
clause 2
     466. 111
     467. 010
     468. 001
     469. 000
470.   betaExt après EXTB
    471.  001101
    472.  001100
    473.  001011
    474.  001010
    475.  001001
     476. 001000
    477.  101111
    478.  101110
    479.  011101
    480.  011100
    481.  011011
    482.  011010
    483.  011001
     484. 011000
    485.  111111
    486.  111110
487.   but à traiter dans
solveclause
488.   but type UNIFONCT []
489.     Nombre de variables dans le
but :  3
     490. 001000
     491. 000100
    492.  000001
493.   betaAux après RESTRB
     494. 111
     495. 110
     496. 101
     497. 100
498.   gamma
     499. 000000
     500. 000000
     501. 100000
     502. 010000
     503. 000000
     504. 001000
505.   betaAux après AIFUNC dans
clause 2
     506. 111
507.   betaExt après EXTB
    508.  001101
    509.  101111
    510.  011101
    511.  111111
512.   but à traiter dans
solveclause
513.   but type PREDICAT, append
514.     Nombre de variables dans le
but :  3
    515.  000010
     516. 010000
    517.  000001
518.   betaAux après RESTRB
     519. 001
     520. 101
     521. 011
     522. 111
523.   gamma
     524. 000000
     525. 010000
     526. 000000
     527. 000000
     528. 100000
     529. 001000
530.   appel récursif à SOLVEGOAL
531.   betaIn en entrée de SOLVEGOAL
#3 pour append
     532. 001
     533. 101
     534. 011
     535. 111
536.   suspended en entrée de
SOLVEGOAL
537.   Tuple2 de symbole #2 : append
     538. 001
     539. 101
     540. 011
     541. 111
542.   … 1 Tuple2 dans la liste
543.   use en entrée de SOLVEGOAL
544.   … 0 Tuple2 dans la liste
545.   sameSat en entrée de
SOLVEGOAL : 1
546.   eta en entrée de SOLVEGOAL
547.   Tuple3 de symbole #2 : append
548.     beta1
     549. 001
     550. 101
     551. 011
     552. 111
553.     beta2
     554. 111
555.   … 1 tuples dans la liste
556.   def en entrée de SOLVEGOAL
```

```
557.    … 0 Tuple2 dans la liste
558.    tuple appartient à suspended
559.    use après ajout dans
SOLVEGOAL
560.    Tuple2 de symbole #2 : append
     561. 001
     562. 101
     563. 011
     564. 111
565.    … 1 Tuple2 dans la liste
566.    betaAux après appel récursif
à SOLVEGOAL
     567. 001
     568. 101
     569. 011
     570. 111
571.    betaExt après EXTB
    572.  111111
573.    RESTRC in
574.    betaOut après RESTRC
     575. 111
576.    betaAux après SOLVECLAUSE
     577. 111
578.    betaOut avant UNION
     579. 111
580.    betaOut après UNION dans
SOLVEALLCLAUSES
     581. 111
582.    eta après UNION dans
SOLVEALLCLAUSES
583.    Tuple3 de symbole #2 : append
584.      beta1
     585. 001
     586. 101
     587. 011
     588. 111
589.      beta2
     590. 111
591.    … 1 tuples dans la liste
592.    use après SOLVEALLCLAUSES
dans SOLVEPROCEDURE
593.    Tuple2 de symbole #2 : append
     594. 001
     595. 101
     596. 011
     597. 111
598.    … 1 Tuple2 dans la liste
599.    use après avoir enlevé le
tuple dans SOLVEPROCEDURE
600.    … 0 Tuple2 dans la liste
601.    def après ajout dans
SOLVEGOAL
602.    Tuple2 de symbole #2 : append
     603. 001
     604. 101
     605. 011
     606. 111
607.    … 1 Tuple2 dans la liste

608.    … and the winner is …
     609. 111
```

2. *x1 ground*

```
lecture de betaIn
       (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #1 pour append
       (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
  EXTEND #1 pour append
       (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
  SOLVEPROCEDURE in
    SOLVEALLCLAUSES in #1
      SOLVECLAUSE 1 in #1
        AIFUNC dans clause 1
        AIVAR dans clause 1
      SOLVECLAUSE 1 out #1
      (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
      SOLVECLAUSE 2 in #2
        AIFUNC dans clause 2
        AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #2 pour append
       (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #2 pour append
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 out #2
       formule vide de nbX= 3
       ADJUST #1
    SOLVEALLCLAUSES out #1
      (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
    SOLVEALLCLAUSES in #2
      SOLVECLAUSE 1 in #1
        AIFUNC dans clause 1
        AIVAR dans clause 1
      SOLVECLAUSE 1 out #1
      (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
      SOLVECLAUSE 2 in #2
        AIFUNC dans clause 2
```

```
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #3 pour append
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #3 pour append
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES out #2
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #1 pour append
eta en sortie
   Tuple3 de symbole #2 : append
     beta1
     1  100
     3  110
     5  101
     7  111
     beta2
     1  100
     7  111
   … 1 tuples dans la liste

… and the winner is …
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
```

3. *x2 est ground*

```
lecture de betaIn
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #1 pour append
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   EXTEND #1 pour append
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #1
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #2 pour append
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #2 pour append
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
        ADJUST #1
     SOLVEALLCLAUSES out #1
        (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #2
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #3 pour append
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #3 pour append
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
```

```
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        ADJUST #2
     SOLVEALLCLAUSES out #2
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #3
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #4 pour append
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #4 pour append
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES out #3
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #1 pour append
eta en sortie
   Tuple3 de symbole #2 : append
     beta1
     2  010
     3  110
     6  011
     7  111
     beta2
     2  010
     7  111
   … 1 tuples dans la liste

… and the winner is …
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
```

4. *x1 et x2 sont ground*

```
lecture de betaIn
        (X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #1 pour append
        (X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
   EXTEND #1 pour append
        (X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #1
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #2 pour append
        (X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #2 pour append
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
        ADJUST #1
     SOLVEALLCLAUSES out #1
        (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #2
        SOLVECLAUSE 1 in #1
```

```
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #3 pour append
        (X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #3 pour append
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES out #2
        (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #1 pour append
eta en sortie
   Tuple3 de symbole #2 : append
     beta1
     3  110
     7  111
     beta2
     7  111
   … 1 tuples dans la liste

… and the winner is …
        (X1^X2^X3)
```

5. *x1,x2 et x3 sont ground*

```
lecture de betaIn
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #1 pour append
        (X1^X2^X3)
   EXTEND #1 pour append
        (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #1
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #2 pour append
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #2 pour append
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
        ADJUST #1
     SOLVEALLCLAUSES out #1
        (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #2
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #3 pour append
        (X1^X2^X3)
```

```
SOLVEGOAL out #3 pour append
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES out #2
        (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #1 pour append
eta en sortie
   Tuple3 de symbole #2 : append
     beta1
     7  111
     beta2
     7  111
   … 1 tuples dans la liste

… and the winner is …
        (X1^X2^X3)
```

6. *rien n'est ground*

```
lecture de betaIn
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) |
(¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #1 pour append
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) |
(¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   EXTEND #1 pour append
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) |
(¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #1
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #2 pour append
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) |
(¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #2 pour append
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
        ADJUST #1
     SOLVEALLCLAUSES out #1
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #2
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #3 pour append
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) |
(¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #3 pour append
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        ADJUST #2
```

```
     SOLVEALLCLAUSES out #2
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #3
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^¬X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #4 pour append
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) |
(¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #4 pour append
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES out #3
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #1 pour append
eta en sortie
   Tuple3 de symbole #2 : append
     beta1
     0  000
     1  100
     2  010
     3  110
     4  001
     5  101
     6  011
     7  111
     beta2
     0  000
     1  100
     2  010
     7  111
   … 1 tuples dans la liste

… and the winner is …
        (¬X1^¬X2^¬X3) | (X1^¬X2^¬X3) | (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^X3)
```

B. Trace de Quicksort

```
lecture de betaIn
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL in #1 pour sort
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
   EXTEND #1 pour sort
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #1
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
SOLVEGOAL in #2 pour quicksort
        (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
   EXTEND #2 pour quicksort
        (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #2
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
```

```
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #3 pour partition
        (X1^X2^¬X3^¬X4) | (X1^X2^X3^¬X4) | (X1^X2^¬X3^X4) | (X1^X2^X3^X4)
   EXTEND #3 pour partition
        (X1^X2^¬X3^¬X4) | (X1^X2^X3^¬X4) | (X1^X2^¬X3^X4) | (X1^X2^X3^X4)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #3
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3^X4)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #4 pour inegal
        (X1^X2)
   EXTEND #4 pour inegal
        (X1^X2)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #4
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
        ADJUST #4
     SOLVEALLCLAUSES out #4
        (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES in #5
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES out #5
        (X1^X2)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #4 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #5 pour partition
        (X1^X2^¬X3^¬X4) | (X1^X2^X3^¬X4) | (X1^X2^¬X3^X4) | (X1^X2^X3^X4)
SOLVEGOAL out #5 pour partition
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #6 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL out #6 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #7 pour partition
        (X1^X2^¬X3^¬X4) | (X1^X2^X3^¬X4) | (X1^X2^¬X3^X4) | (X1^X2^X3^X4)
SOLVEGOAL out #7 pour partition
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 4
        ADJUST #3
     SOLVEALLCLAUSES out #3
        (X1^X2^X3^X4)
     SOLVEALLCLAUSES in #6
        SOLVECLAUSE 1 in #1
```

```
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3^X4)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #8 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL out #8 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #9 pour partition
        (X1^X2^¬X3^¬X4) | (X1^X2^X3^¬X4) | (X1^X2^¬X3^X4) | (X1^X2^X3^X4)
SOLVEGOAL out #9 pour partition
        (X1^X2^X3^X4)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (X1^X2^X3^X4)
        SOLVECLAUSE 3 in #3
          AIFUNC dans clause 3
          AIFUNC dans clause 3
SOLVEGOAL in #10 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL out #10 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #11 pour partition
        (X1^X2^¬X3^¬X4) | (X1^X2^X3^¬X4) | (X1^X2^¬X3^X4) | (X1^X2^X3^X4)
SOLVEGOAL out #11 pour partition
        (X1^X2^X3^X4)
        SOLVECLAUSE 3 out #3
        (X1^X2^X3^X4)
     SOLVEALLCLAUSES out #6
        (X1^X2^X3^X4)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #3 pour partition
        (X1^X2^X3^X4)
SOLVEGOAL in #12 pour quicksort
        (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #12 pour quicksort
        formule vide de nbX= 3
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #13 pour quicksort
        formule vide de nbX= 3
   EXTEND #13 pour quicksort
        formule vide de nbX= 3
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #7
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIVAR dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #14 pour partition
        formule vide de nbX= 4
   EXTEND #14 pour partition
        formule vide de nbX= 4
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #8
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 4
```

```
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #15 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
   EXTEND #15 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #9
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 2
     SOLVEALLCLAUSES out #9
        formule vide de nbX= 2
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #15 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #16 pour partition
        formule vide de nbX= 4
SOLVEGOAL out #16 pour partition
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #17 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #17 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #18 pour partition
        formule vide de nbX= 4
SOLVEGOAL out #18 pour partition
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 4
     SOLVEALLCLAUSES out #8
        formule vide de nbX= 4
     SOLVEALLCLAUSES in #10
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #19 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #19 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #20 pour partition
        formule vide de nbX= 4
SOLVEGOAL out #20 pour partition
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 4
        SOLVECLAUSE 3 in #3
          AIFUNC dans clause 3
          AIFUNC dans clause 3
SOLVEGOAL in #21 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #21 pour inegal
```

```
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #22 pour partition
       formule vide de nbX= 4
SOLVEGOAL out #22 pour partition
       formule vide de nbX= 4
       SOLVECLAUSE 3 out #3
       formule vide de nbX= 4
     SOLVEALLCLAUSES out #10
       formule vide de nbX= 4
  SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #14 pour partition
       formule vide de nbX= 4
SOLVEGOAL in #23 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #23 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
         AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #24 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #24 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 out #2
       formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES out #7
       formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES in #11
       SOLVECLAUSE 1 in #1
         AIFUNC dans clause 1
         AIVAR dans clause 1
       SOLVECLAUSE 1 out #1
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 in #2
         AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #25 pour partition
       formule vide de nbX= 4
SOLVEGOAL out #25 pour partition
       formule vide de nbX= 4
SOLVEGOAL in #26 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #26 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
         AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #27 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #27 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 out #2
       formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES out #11
       formule vide de nbX= 3
  SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #13 pour quicksort
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 out #2
       formule vide de nbX= 3
       ADJUST #2
     SOLVEALLCLAUSES out #2
       (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #12
       SOLVECLAUSE 1 in #1
         AIFUNC dans clause 1
         AIVAR dans clause 1
       SOLVECLAUSE 1 out #1
       (X1^X2^X3)
       SOLVECLAUSE 2 in #2
         AIFUNC dans clause 2
```

```
SOLVEGOAL in #28 pour partition
        (X1^X2^¬X3^¬X4) | (X1^X2^X3^¬X4) | (X1^X2^¬X3^X4) | (X1^X2^X3^X4)
SOLVEGOAL out #28 pour partition
        (X1^X2^X3^X4)
SOLVEGOAL in #29 pour quicksort
        (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #29 pour quicksort
        (X1^X2^X3)
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #30 pour quicksort
        (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #30 pour quicksort
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES out #12
        (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #2 pour quicksort
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 2
     SOLVEALLCLAUSES out #1
        formule vide de nbX= 2
     SOLVEALLCLAUSES in #13
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
SOLVEGOAL in #31 pour quicksort
        (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #31 pour quicksort
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
        ADJUST #13
     SOLVEALLCLAUSES out #13
        (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES in #14
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
SOLVEGOAL in #32 pour quicksort
        (X1^¬X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #32 pour quicksort
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES out #14
        (X1^X2)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #1 pour sort
eta en sortie
   Tuple3 de symbole #2 : sort
     beta1
     1  10
     3  11
     beta2
     3  11
   Tuple3 de symbole #3 : quicksort
     beta1
     5  101
     7  111
     beta2
     7  111
   Tuple3 de symbole #4 : partition
     beta1
     3  1100
     7  1110
```

```
    11  1101
    15  1111
     beta2
    15  1111
   Tuple3 de symbole #5 : inegal
     beta1
     3  11
     beta2
     3  11
   Tuple3 de symbole #3 : quicksort
     beta1
   formule vide de nbX=3
     beta2
   formule vide de nbX=3
   Tuple3 de symbole #4 : partition
     beta1
   formule vide de nbX=4
     beta2
   formule vide de nbX=4
   Tuple3 de symbole #5 : inegal
     beta1
   formule vide de nbX=2
     beta2
   formule vide de nbX=2
   … 7 tuples dans la liste

… and the winner is …
       (X1^X2)
```

C. Trace de Queens

```
lecture de beta1n
       (X1^¬X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL in #1 pour queens
       (X1^¬X2) | (X1^X2)
  EXTEND #1 pour queens
       (X1^¬X2) | (X1^X2)
  SOLVEPROCEDURE in
    SOLVEALLCLAUSES in #1
      SOLVECLAUSE 1 in #1
SOLVEGOAL in #2 pour perm
       (X1^¬X2) | (X1^X2)
  EXTEND #2 pour perm
       (X1^¬X2) | (X1^X2)
  SOLVEPROCEDURE in
    SOLVEALLCLAUSES in #2
      SOLVECLAUSE 1 in #1
        AIFUNC dans clause 1
        AIFUNC dans clause 1
      SOLVECLAUSE 1 out #1
      (X1^X2)
      SOLVECLAUSE 2 in #2
        AIFUNC dans clause 2
        AIFUNC dans clause 2
        AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #3 pour delete
       (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
  EXTEND #3 pour delete
       (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
  SOLVEPROCEDURE in
    SOLVEALLCLAUSES in #3
      SOLVECLAUSE 1 in #1
        AIFUNC dans clause 1
      SOLVECLAUSE 1 out #1
      (¬X1^X2^X3)
      SOLVECLAUSE 2 in #2
```

```
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #4 pour delete
       (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #4 pour delete
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 out #2
       formule vide de nbX= 3
       ADJUST #3
     SOLVEALLCLAUSES out #3
       (¬X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #4
       SOLVECLAUSE 1 in #1
         AIFUNC dans clause 1
       SOLVECLAUSE 1 out #1
       (¬X1^X2^X3)
       SOLVECLAUSE 2 in #2
         AIFUNC dans clause 2
         AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #5 pour delete
       (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #5 pour delete
       (¬X1^X2^X3)
       SOLVECLAUSE 2 out #2
       (¬X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES out #4
       (¬X1^X2^X3)
  SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #3 pour delete
       (¬X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #6 pour perm
       formule vide de nbX= 2
  EXTEND #6 pour perm
       formule vide de nbX= 2
  SOLVEPROCEDURE in
    SOLVEALLCLAUSES in #5
       SOLVECLAUSE 1 in #1
         AIFUNC dans clause 1
         AIFUNC dans clause 1
       SOLVECLAUSE 1 out #1
       formule vide de nbX= 2
       SOLVECLAUSE 2 in #2
         AIFUNC dans clause 2
         AIFUNC dans clause 2
         AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #7 pour delete
       formule vide de nbX= 3
  EXTEND #7 pour delete
       formule vide de nbX= 3
  SOLVEPROCEDURE in
    SOLVEALLCLAUSES in #6
       SOLVECLAUSE 1 in #1
         AIFUNC dans clause 1
       SOLVECLAUSE 1 out #1
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 in #2
         AIFUNC dans clause 2
         AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #8 pour delete
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #8 pour delete
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 out #2
       formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES out #6
       formule vide de nbX= 3
```

```
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #7 pour delete
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #9 pour perm
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #9 pour perm
        formule vide de nbX= 2
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 2
     SOLVEALLCLAUSES out #5
        formule vide de nbX= 2
     SOLVEALLCLAUSES in #7
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 2
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #10 pour delete
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #10 pour delete
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #11 pour perm
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #11 pour perm
        formule vide de nbX= 2
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 2
     SOLVEALLCLAUSES out #7
        formule vide de nbX= 2
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #6 pour perm
        formule vide de nbX= 2
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 2
        ADJUST #2
     SOLVEALLCLAUSES out #2
        (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES in #8
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #12 pour delete
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #12 pour delete
        (¬X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #13 pour perm
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL out #13 pour perm
        (X1^X2)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (X1^¬X2)
        ADJUST #8
     SOLVEALLCLAUSES out #8
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES in #9
        SOLVECLAUSE 1 in #1
```

```
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #14 pour delete
        (¬X1^X2^¬X3) | (X1^X2^¬X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #14 pour delete
        (¬X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #15 pour perm
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL out #15 pour perm
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (X1^¬X2)
      SOLVEALLCLAUSES out #9
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
    SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #2 pour perm
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL in #16 pour safe
        formule vide de nbX= 1
    EXTEND #16 pour safe
        formule vide de nbX= 1
    SOLVEPROCEDURE in
      SOLVEALLCLAUSES in #10
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 1
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #17 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
    EXTEND #17 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
    SOLVEPROCEDURE in
      SOLVEALLCLAUSES in #11
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #18 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
    EXTEND #18 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
    SOLVEPROCEDURE in
      SOLVEALLCLAUSES in #12
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 2
      SOLVEALLCLAUSES out #12
        formule vide de nbX= 2
    SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #18 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #19 pour plus
        formule vide de nbX= 3
```

```
   EXTEND #19 pour plus
        formule vide de nbX= 3
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #13
       SOLVECLAUSE 1 in #1
         AIFUNC dans clause 1
         AIFUNC dans clause 1
         AIFUNC dans clause 1
       SOLVECLAUSE 1 out #1
       formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES out #13
       formule vide de nbX= 3
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #19 pour plus
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #20 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #20 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #21 pour plus
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #21 pour plus
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #22 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #22 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
         AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #23 pour plus
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #23 pour plus
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #24 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #24 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #25 pour noattack
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #25 pour noattack
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 out #2
       formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES out #11
       formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES in #14
       SOLVECLAUSE 1 in #1
         AIFUNC dans clause 1
       SOLVECLAUSE 1 out #1
       formule vide de nbX= 3
       SOLVECLAUSE 2 in #2
         AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #26 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #26 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #27 pour plus
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #27 pour plus
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #28 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #28 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #29 pour plus
       formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #29 pour plus
```

```
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #30 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #30 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #31 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #31 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #32 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #32 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #33 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #33 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES out #14
        formule vide de nbX= 3
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #17 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #34 pour safe
        formule vide de nbX= 1
SOLVEGOAL out #34 pour safe
        formule vide de nbX= 1
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 1
     SOLVEALLCLAUSES out #10
        formule vide de nbX= 1
     SOLVEALLCLAUSES in #15
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 1
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #35 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #35 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #36 pour safe
        formule vide de nbX= 1
SOLVEGOAL out #36 pour safe
        formule vide de nbX= 1
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 1
     SOLVEALLCLAUSES out #15
        formule vide de nbX= 1
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #16 pour safe
        formule vide de nbX= 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        formule vide de nbX= 2
     SOLVEALLCLAUSES out #1
        formule vide de nbX= 2
     SOLVEALLCLAUSES in #16
        SOLVECLAUSE 1 in #1
SOLVEGOAL in #37 pour perm
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL out #37 pour perm
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
```

```
SOLVEGOAL in #38 pour safe
        (¬X1) | (X1)
   EXTEND #38 pour safe
        (¬X1) | (X1)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #17
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #39 pour noattack
        (¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   EXTEND #39 pour noattack
        (¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #18
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #40 pour inegal
        (¬X1^¬X2) | (X1^¬X2) | (¬X1^X2) | (X1^X2)
   EXTEND #40 pour inegal
        (¬X1^¬X2) | (X1^¬X2) | (¬X1^X2) | (X1^X2)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #19
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
        ADJUST #19
     SOLVEALLCLAUSES out #19
        (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES in #20
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES out #20
        (X1^X2)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #40 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #41 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   EXTEND #41 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #21
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        ADJUST #21
     SOLVEALLCLAUSES out #21
        (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #22
```

```
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
      SOLVEALLCLAUSES out #22
        (X1^X2^X3)
    SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #41 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #42 pour inegal
        (¬X1^¬X2) | (X1^¬X2) | (¬X1^X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL out #42 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #43 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #43 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #44 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #44 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #45 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #45 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #46 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #46 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #47 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #47 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
        ADJUST #18
      SOLVEALLCLAUSES out #18
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
      SOLVEALLCLAUSES in #23
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #48 pour inegal
        (¬X1^¬X2) | (X1^¬X2) | (¬X1^X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL out #48 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #49 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #49 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #50 pour inegal
        (X1^X2)
    EXTEND #50 pour inegal
        (X1^X2)
    SOLVEPROCEDURE in
      SOLVEALLCLAUSES in #24
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
```

```
        (X1^X2)
        ADJUST #24
      SOLVEALLCLAUSES out #24
        (X1^X2)
      SOLVEALLCLAUSES in #25
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2)
      SOLVEALLCLAUSES out #25
        (X1^X2)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #50 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #51 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #51 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #52 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #52 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #53 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #53 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #54 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #54 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #55 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #55 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
      SOLVEALLCLAUSES out #23
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
      SOLVEALLCLAUSES in #26
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #56 pour inegal
        (¬X1^¬X2) | (X1^¬X2) | (¬X1^X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL out #56 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #57 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #57 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #58 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL out #58 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #59 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #59 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #60 pour inegal
       formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #60 pour inegal
```

```
        formule vide de nbX= 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #61 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #61 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #62 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #62 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #63 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #63 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
      SOLVEALLCLAUSES out #26
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #39 pour noattack
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #64 pour safe
        (¬X1) | (X1)
SOLVEGOAL out #64 pour safe
        formule vide de nbX= 1
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 1
        ADJUST #17
      SOLVEALLCLAUSES out #17
        (X1)
      SOLVEALLCLAUSES in #27
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #65 pour noattack
        (¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #65 pour noattack
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #66 pour safe
        (X1)
   EXTEND #66 pour safe
        (X1)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #28
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #67 pour noattack
        (X1^X2^X3)
   EXTEND #67 pour noattack
        (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE in
     SOLVEALLCLAUSES in #29
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
```

```
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #68 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL out #68 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #69 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #69 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #70 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL out #70 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #71 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #71 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #72 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #72 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #73 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #73 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #74 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #74 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #75 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #75 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
        ADJUST #29
     SOLVEALLCLAUSES out #29
        (X1^X2^X3)
     SOLVEALLCLAUSES in #30
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^X2^X3)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #76 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL out #76 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #77 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #77 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #78 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL out #78 pour inegal
        (X1^X2)
SOLVEGOAL in #79 pour plus
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #79 pour plus
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #80 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #80 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
```

```
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #81 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #81 pour plus
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL in #82 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL out #82 pour inegal
        formule vide de nbX= 2
SOLVEGOAL in #83 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
SOLVEGOAL out #83 pour noattack
        formule vide de nbX= 3
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 3
     SOLVEALLCLAUSES out #30
        (X1^X2^X3)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #67 pour noattack
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #84 pour safe
        (X1)
SOLVEGOAL out #84 pour safe
        formule vide de nbX= 1
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        formule vide de nbX= 1
        ADJUST #28
     SOLVEALLCLAUSES out #28
        (X1)
     SOLVEALLCLAUSES in #31
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #85 pour noattack
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #85 pour noattack
        (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #86 pour safe
        (X1)
SOLVEGOAL out #86 pour safe
        (X1)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (X1)
     SOLVEALLCLAUSES out #31
        (X1)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #66 pour safe
        (X1)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (¬X1) | (X1)
        ADJUST #27
     SOLVEALLCLAUSES out #27
        (¬X1) | (X1)
     SOLVEALLCLAUSES in #32
        SOLVECLAUSE 1 in #1
          AIFUNC dans clause 1
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1)
        SOLVECLAUSE 2 in #2
          AIFUNC dans clause 2
          AIFUNC dans clause 2
SOLVEGOAL in #87 pour noattack
```

```
        (¬X1^¬X2^X3) | (X1^¬X2^X3) | (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL out #87 pour noattack
        (¬X1^X2^X3) | (X1^X2^X3)
SOLVEGOAL in #88 pour safe
        (X1)
SOLVEGOAL out #88 pour safe
        (X1)
        SOLVECLAUSE 2 out #2
        (¬X1) | (X1)
     SOLVEALLCLAUSES out #32
        (¬X1) | (X1)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #38 pour safe
        (¬X1) | (X1)
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
        ADJUST #16
     SOLVEALLCLAUSES out #16
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES in #33
        SOLVECLAUSE 1 in #1
SOLVEGOAL in #89 pour perm
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL out #89 pour perm
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
SOLVEGOAL in #90 pour safe
        (¬X1) | (X1)
SOLVEGOAL out #90 pour safe
        (¬X1) | (X1)
        SOLVECLAUSE 1 out #1
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
     SOLVEALLCLAUSES out #33
        (X1^¬X2) | (X1^X2)
   SOLVEPROCEDURE out
SOLVEGOAL out #1 pour queens
eta en sortie
   Tuple3 de symbole #2 : queens
     beta1
     1  10
     3  11
     beta2
     1  10
     3  11
   Tuple3 de symbole #3 : perm
     beta1
     1  10
     3  11
     beta2
     1  10
     3  11
   Tuple3 de symbole #5 : delete
     beta1
     2  010
     3  110
     6  011
     7  111
     beta2
     6  011
   Tuple3 de symbole #3 : perm
     beta1
   formule vide de nbX=2
     beta2
   formule vide de nbX=2
   Tuple3 de symbole #5 : delete
     beta1
   formule vide de nbX=3
```

```
  beta2
formule vide de nbX=3
Tuple3 de symbole #4 : safe
  beta1
formule vide de nbX=1
  beta2
formule vide de nbX=1
Tuple3 de symbole #6 : noattack
  beta1
formule vide de nbX=3
  beta2
formule vide de nbX=3
Tuple3 de symbole #7 : inegal
  beta1
formule vide de nbX=2
  beta2
formule vide de nbX=2
Tuple3 de symbole #8 : plus
  beta1
formule vide de nbX=3
  beta2
formule vide de nbX=3
Tuple3 de symbole #4 : safe
  beta1
  0  0
  1  1
  beta2
  0  0
  1  1
Tuple3 de symbole #6 : noattack
  beta1
  4  001
  5  101
  6  011
  7  111
  beta2
  6  011
  7  111
Tuple3 de symbole #7 : inegal
  beta1
  0  00
  1  10
  2  01
  3  11
  beta2
  3  11
Tuple3 de symbole #8 : plus
  beta1
  6  011
  7  111
  beta2
  7  111
Tuple3 de symbole #7 : inegal
  beta1
  3  11
  beta2
  3  11
Tuple3 de symbole #4 : safe
  beta1
  1  1
  beta2
  1  1
Tuple3 de symbole #6 : noattack
  beta1
  7  111
  beta2
```

```
    7  111
  … 16 tuples dans la liste

… and the winner is …
       (X1^¬X2) | (X1^X2)
```

D. Code

Voici pour terminer ce mémoire le programme lui-même écrit en ANSI C. Les déclarations et définitions des structures de données et des fonctions sont groupées en modules.

On remarquera que le code est *encombré* des fonctions devant permettre le stockage des données intermédiaires et de la trace dans les deux fichiers déjà mentionnés.

On remarquera aussi l'utilisation un peu partout de la fonction **assert** qui a permis de déceler un grand nombre d'erreurs et d'incohérences lors de la mise au point du programme : les tests qu'elle effectue au moment de l'exécution peuvent être évités par une option lors de la compilation, ce qui allège le programme objet et accélère l'exécution.

1. *Programme principal*

a. *fichier iab.h*

```
#if !defined(IABCHARGE)
#define IABCHARGE

/*   INCLUDES     */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <assert.h>
#include "listeLineaire.h"

/*   CONSTANTES   */
#define PUNCH
/* getchar(); */
#define OUT fichierOut
/* fichierOut ou stdout */
#define DEBUG fichierDebug
/* fichierDebug ou stdout */

#define MAXVARIABLES 16       /* nombre maximal de variables par formules */
#define MAXSYMBOLES 16 /* taille maximale de la table des symboles */
#define LONGMAXSYMBOLE 16     /* taille maximale d'un symbole */

#define TAILLE_BUFFER 1024    /* taille maximale d'un programme */
#define NOM_FICHIER_BETAIN "betaIn.iab"
#define NOM_FICHIER_ENTREE "programme.iab"
#define NOM_FICHIER_SORTIE "résultat.iab"
#define NOM_FICHIER_DEBUG "debug.iab"

/* TYPES */
typedef int Cjct;
typedef Cjct *ptrCjct;

typedef Liste Djct;
typedef ptrListe ptrDjct;

typedef struct tFormule{
   int nbXCjct;    /* nombre de bits dans les Cjct */
   int nbCjct;     /* nombre de Cjct */
   ptrDjct pDjct;
```

```
} Formule;
typedef Formule *ptrFormule;
typedef ptrFormule ptrBeta;

/*   K&R :  146, M&B :  270, S :  2       */
typedef enum {UNIVAR, UNIFONCT, PREDICAT} EnumType;

typedef ptrFormule ptrListeVars;   /* liste des variables */

typedef struct tBut {  /*    but    */
   EnumType type;
   int iSymbole;  /* indice de la table des symboles */
   int nbVarBut;  /* nombre de variables dans le but */
   ptrListeVars plVar;
} But;
typedef But *ptrBut;
typedef Liste ListeButs;
typedef ptrListe ptrListeButs;

typedef struct tclause {
   int nbVarTete;
   int nbVarCorps;      /* variables supplémentaires */
   ptrListeButs plBut;
} Clause;
typedef Clause *ptrClause;
typedef Liste ListeClauses;
typedef ptrListe ptrListeClauses;

typedef struct tProc{
   ptrListeClauses plClause;
   int iSymbole;
} Proc;
typedef Proc *ptrProc;
typedef ptrListe ptrListeProc;
typedef Liste ListeProc;

typedef ListeProc Prgm;
typedef ptrListeProc ptrPrgm;

typedef struct {
   ptrFormule beta;
   ptrProc p;
} Tuple2;
typedef Tuple2 *ptrTuple2;
typedef Liste ListeTuple2;
typedef ptrListe ptrListeTuple2;

typedef struct {
   ptrFormule beta1;
   ptrProc p;
   ptrFormule beta2;
} Tuple3;
typedef Tuple3 *ptrTuple3;
typedef Liste ListeTuple3;
typedef ptrListe ptrListeTuple3;

typedef struct {
   char symbole[LONGMAXSYMBOLE];    /* symbole */
   ptrProc procedure;
} ElementSymbolique;
typedef ElementSymbolique TableSymboles[MAXSYMBOLES];      /* tableau de
symboles */

/*   PROTOTYPES   */

ptrProc lireProgramme(ptrPrgm);
```

```
ptrBeta lireBetaIn(void);

void montreBut(ptrBut pb);
void montreClause(ptrClause pc);
void montreProcedure(ptrProc p);

#endif
```

b. fichier iab.c

```
#include "iab.h"
#include "parser.h"
#include "formulation.h"
#include "primitives.h"

/* VARIABLES GLOBALES  */
   FILE *fichierIn, *fichierOut, *fichierDebug;
   char tampon[TAILLE_BUFFER];
   int dernierSymbole= 0;
   TableSymboles tablePred;

int main(int argc,char *argv[])
{/*  Interpretation Abstraite, version 1
   Jean-Pierre Nelissen 1991
*/
   ptrBeta betaIn,betaOut;
   ptrProc p;
   ptrPrgm prg;

/* initialisation */
   fichierIn= fopen(NOM_FICHIER_ENTREE,"r");
   if (OUT!=stdout)
     fichierOut=fopen(NOM_FICHIER_SORTIE,"w");
   if (DEBUG!=stdout)
     fichierDebug=fopen(NOM_FICHIER_DEBUG,"w");
   strcpy(tablePred[++dernierSymbole].symbole, "[]");

   prg= nouvelleListe();
   p= lireProgramme(prg);
   betaIn= lireBetaIn();
   betaOut= SOLVE(betaIn, p);
   fputs("\n… and the winner is …\n", stdout);
   montreFormuleBin(stdout,betaOut);
   fputs("\n… soit …\n", stdout);
   montreFormuleLog(stdout,betaOut);
   fputs("\n… and the winner is …\n", OUT);
   fputs("\n… and the winner is …\n", DEBUG);
   montreFormuleBin(DEBUG,betaOut);
   montreFormuleLog(OUT,betaOut);
   fclose(fichierIn);
   fclose(fichierOut);
   return 0;
}

ptrProc lireProgramme(ptrPrgm pgr)
{/*  pre:
   post: lit le programme à partir d'un fichier et renvoie
     la 1° procédure qui sera celle à interpréter
*/
   ptrBut pb;
   ptrClause pc;
   ptrProc pp;
   int debut= 1;
   char *suite;
   int j, nbVarTete, nbVarCorps, symboleProc;

/* lecture du fichier */
```

```
   assert( fread(tampon, sizeof(char), TAILLE_BUFFER, fichierIn) != 0);
   suite= tampon;

   while(1) {
/* lecture du nombre de variables */
     assert( (suite= strpbrk(suite,"{")) != NULL);
     assert( sscanf(suite,"{%d,%d}",&nbVarTete,&nbVarCorps) ==2);
     assert( (suite= strpbrk(suite,"}")) != NULL);
     if ((nbVarTete == 0) && (nbVarCorps == 0))
       break;
     suite++;
     pc= nouvelleClause(nbVarTete, nbVarCorps);
     suite= parseBut(suite, pc);
     symboleProc= ((ptrBut)pc->plBut->tete->suivant->cle)->iSymbole;
     if( debut || (pp->iSymbole != symboleProc) ) {
       pp= nouvelleProc(symboleProc);
       ajouteApresElement(pgr, pp);
       pgr->index= pgr->index->suivant;
       debut= 0;
     }
     ajouteApresElement(pp->plClause, pc);
     pp->plClause->index= pp->plClause->index->suivant;
     assert((suite= strpbrk(suite, "-"))!=NULL);
     while( *(suite= parseBut(suite, pc) ) != '.');
     suite++;      /* passe le point */
   }
   assert(dernierSymbole<10);
   for(j=2; j <= dernierSymbole;j++) {
     fprintf(DEBUG,"symbole %d :\n  {%16.10s}\n",j,tablePred[j].symbole);
     montreProcedure(tablePred[j].procedure);
   }
   return pgr->tete->suivant->cle;
}

ptrBeta lireBetaIn(void)
{/* pre : le premier entier du fichier est le nombre des variables
   post : renvoie une formule représentant le betaIn
*/
   ptrBeta betaIn;
   FILE *fichier;
   int i, nbX;

   fputs("lecture de betaIn\n",OUT);
   fichier= fopen(NOM_FICHIER_BETAIN,"r");
   assert( fscanf(fichier,"%d",&nbX) == 1 );
   assert( nbX <= MAXVARIABLES);
   betaIn= generettCFormule(nbX);
   while(fscanf(fichier,"%d",&i)==1) {
     assert( i<=nbX);
     ajouteXiFormule(betaIn, i);
   }
   fclose(fichier);
   montreFormuleLog(OUT,betaIn);
   return betaIn;
}

void montreProcedure(ptrProc pp)
{/*  pre :  p existe
   post :  fait apparaître dans DEBUG la procédure p
*/
   ptrElement pe;
   ptrClause pc;

   fprintf(DEBUG,"Procédure %s :\n",tablePred[pp->iSymbole].symbole);
   if (listeVide(pp->plClause))
     fprintf(DEBUG,"Procédure vide de clause\n");
```

```
   else
     for(pe = pp->plClause->tete->suivant;
       pe!= pp->plClause->fin;
       pe = pe->suivant)
       montreClause(pe->cle);
}

void montreClause(ptrClause pc)
{/*  pre : c esxiste
   post :  fait apparaître dans DEBUG la clause c
*/
   ptrElement pe;
   ptrBut pb;

   fprintf(DEBUG,"Clause de %d var en tête et %d var dans le corps\n",
     pc->nbVarTete, pc->nbVarCorps);
   assert(pc->nbVarTete > 0);
   if (listeVide(pc->plBut))
     fprintf(DEBUG,"Clause vide de but\n");
   else
     for(pe = pc->plBut->tete->suivant;
       pe!= pc->plBut->fin;
       pe = pe->suivant)
       montreBut(pe->cle);
}


void montreBut(ptrBut pb)
{/*  pre : b esxiste
   post :  fait apparaître dans DEBUG le but b
*/
   switch(pb->type) {
     case(UNIVAR) :
       fputs("\tbut type UNIVAR\n", DEBUG);
       break;
     case(UNIFONCT) :
       if (pb->iSymbole==1) {
         fputs("\tbut type UNIFONCT []\n",DEBUG);
         } else fputs("\tunifonct inconnu\n", DEBUG);
       break;
     case(PREDICAT) :
       fprintf(DEBUG, "\tbut type PREDICAT, %s\n",tablePred[pb-
>iSymbole].symbole);
       break;
     default: assert("But de type inconnu"==NULL);
     }
   fprintf(DEBUG,"\t\tNombre de variables dans le but :  %d\n", pb-
>nbVarBut);
   if (pb->nbVarBut>0)
     montreFormuleBin(DEBUG, pb->plVar);
}

ptrBut nouveauBut(int nbVar)
{/*  pre
   post : declaration d'un but de 0 variables
*/
   ptrBut pb;

/* allocation mémoire */
   assert((pb= (ptrBut) malloc(sizeof(But)))!=NULL);
   pb->nbVarBut= 0;
   pb->plVar= nouvelleFormule(nbVar);
   return pb;
}

ptrClause nouvelleClause(int nbVarTete, int nbVarCorps)
```

```
{/*  pre
   post : declaration d'une clause de 0 variables
*/
   ptrClause pc;

/* allocation mémoire */
   assert((pc= (ptrClause) malloc(sizeof(Clause)))!=NULL);
   pc->nbVarTete= nbVarTete;
   pc->nbVarCorps= nbVarCorps;
   pc->plBut= nouvelleListe();
   return pc;
}

ptrProc nouvelleProc(int symbole)
{/*  pre
   post : declaration d'une procédure de 0 clauses
*/
   ptrProc pp;

/* allocation mémoire */
   assert(( pp= (ptrProc) malloc(sizeof(Proc))) != NULL);
   pp->iSymbole= symbole;
   pp->plClause= nouvelleListe();
   tablePred[pp->iSymbole].procedure= pp;
   return pp;
}
```

2. *Algorithmes d'interprétation abstraite*

a. *fichier primitives.h*

```
/* CE FICHIER CONTIENT LA DECLARATION DES OPERATIONS PRIMITIVES
D'INTERPRETATION */
#if !defined(PRIMCHARGE)
#define PRIMCHARGE

/*   INCLUDES     */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#include <limits.h>
#include "iab.h"

/*   PROTOTYPES   */

/* Opérations principales */
ptrBeta SOLVE(ptrBeta betaIn, ptrProc p);
void SOLVEGOAL(ptrBeta betaIn, ptrProc p, ptrListeTuple2 suspended,
   ptrListeTuple2 *pUse, int *pSameSat, ptrListeTuple3 *pEta,ptrListeTuple2
*pDef);
void SOLVEPROCEDURE(ptrBeta betaIn, ptrProc p, ptrListeTuple2 suspended,
   ptrListeTuple2 *pUse, int *pSameSat, ptrListeTuple3 *pEta, ptrListeTuple2
*pDef);
void SOLVEALLCLAUSES(ptrBeta betaIn, ptrProc p, ptrListeTuple2 suspended,
   ptrListeTuple2 *pUse, int *pSameSat, ptrListeTuple3 *pEta, ptrListeTuple2
*pDef);
void SOLVECLAUSE(ptrBeta betaIn, ptrClause pc, ptrListeTuple2 suspended,
ptrBeta *pBetaOut,
   ptrListeTuple2 *pUse, int *pSameSat, ptrListeTuple3 *pEta, ptrListeTuple2
*pDef);

/* Opérations supplémentaires */
ptrListeTuple3 EXTEND(ptrBeta, ptrProc p, ptrListeTuple3 eta);
ptrListeTuple3 ADJUST(ptrBeta, ptrProc p, ptrBeta, ptrListeTuple3 eta);
ptrBeta UNION(ptrBeta, ptrBeta);
ptrBeta ETA(ptrBeta beta, ptrProc p, ptrListeTuple3 eta);
```

```
/* Opérations sur le domaine */
ptrFormule EXTC(ptrClause, ptrFormule);
ptrFormule RESTRC(ptrClause pc, ptrFormule);
ptrFormule EXTB(ptrFormule betaExt, ptrFormule betaAux);
ptrFormule RESTRB(ptrBut, ptrFormule beta0);
ptrFormule AIFUNC(ptrFormule, ptrBut);
ptrFormule AIVAR(ptrFormule);
ptrFormule LEXT(ptrFormule, int nbVar);
ptrFormule LRESTR(ptrFormule f,int nbVar);
ptrFormule CHGVAR(ptrFormule beta0);

#endif
```

b. fichier primitives.c

```
#include "primitives.h"
#include "iab.h"
#include "formulation.h"
#include "tuplisation.h"

ptrFormule pGamma;
extern TableSymboles tablePred;
extern FILE *fichierOut, *fichierDebug;
int cptSAC=1, cptC=1, cptSG=1;

ptrBeta SOLVE(ptrBeta betaIn, ptrProc p)
{/*  pre :
   post :
*/
   int sameSat= 1;       /* vrai */
   ptrListeTuple2 use, def, suspended;
   ptrListeTuple3 eta;
   ptrBeta betaOut;

   use= nouvelleListe();
   eta= nouvelleListe();
   def= nouvelleListe();
   suspended= nouvelleListe();
   SOLVEGOAL(betaIn, p, suspended, &use, &sameSat, &eta, &def);
   betaOut= ETA(betaIn, p, eta);
   fprintf(OUT,"eta en sortie\n");
   montreListeTuple3(OUT,eta);
   return betaOut;
}

void SOLVEGOAL(ptrBeta betaIn, ptrProc p, ptrListeTuple2 suspended,
 ptrListeTuple2 *pUse, int *pSameSat, ptrListeTuple3 *pEta,
 ptrListeTuple2 *pDef)
{/*  pre :
   post : Le Charlier 64
*/
   ptrTuple2 pt;
   ptrListeTuple2 useAux;
   int compteurLocal;

   compteurLocal= cptSG++;
   fprintf(OUT, "SOLVEGOAL in #%d pour %s\n", compteurLocal,tablePred[p-
>iSymbole].symbole);
   fprintf(DEBUG,"betaIn en entrée de SOLVEGOAL #%d pour %s\n",
compteurLocal, tablePred[p->iSymbole].symbole);
   montreFormuleBin(DEBUG,betaIn);
   montreFormuleLog(OUT,betaIn);
   fputs("suspended en entrée de SOLVEGOAL\n", DEBUG);
   montreListeTuple2(suspended);
   fputs("use en entrée de SOLVEGOAL\n", DEBUG);
   montreListeTuple2(*pUse);
```

```
   fprintf(DEBUG, "sameSat en entrée de SOLVEGOAL : %d\n", *pSameSat);
   fputs("eta en entrée de SOLVEGOAL\n", DEBUG);
   montreListeTuple3(DEBUG,*pEta);
   fputs("def en entrée de SOLVEGOAL\n", DEBUG);
   montreListeTuple2(*pDef);
   pt= nouveauTuple2(betaIn, p);
   if (appartientTuple2(pt, suspended)) {
     fputs("tuple appartient à suspended\n", DEBUG);
     insereElement(*pUse, pt, compareTuple2);
     fputs("use après ajout dans SOLVEGOAL\n", DEBUG);
     montreListeTuple2(*pUse);
   } else {
     fputs("tuple n'appartient pas à suspended\n", DEBUG);
     if (!appartientTuple2(pt, *pDef)) {
       fputs("tuple n'appartient pas à def\n", DEBUG);
       if (!appartientDomTuple3(pt, *pEta)) {
         fputs("tuple n'appartient pas au dom de sat\n", DEBUG);
         *pSameSat= 0;
         fprintf(OUT, "\tEXTEND #%d pour %s\n", compteurLocal, tablePred[p-
>iSymbole].symbole);
         montreFormuleLog(OUT,betaIn);
         *pEta= EXTEND(betaIn, p, *pEta);
         fputs("eta après EXTEND\n",DEBUG);
         montreListeTuple3(DEBUG,*pEta);
       }
       SOLVEPROCEDURE(betaIn, p, suspended, &useAux, pSameSat, pEta, pDef);
       if (listeVide(useAux)) {
         ajouteApresElement(*pDef, pt);
         fputs("def après ajout dans SOLVEGOAL\n",DEBUG);
         montreListeTuple2(*pDef);
       } else {
         *pUse= uniListeTuple2(*pUse, useAux);
         fputs("use après union dans SOLVEGOAL\n",DEBUG);
         montreListeTuple2(*pUse);
       }
     }
   }
   fprintf(OUT, "SOLVEGOAL out #%d pour %s\n", compteurLocal,tablePred[p-
>iSymbole].symbole);
}

void SOLVEPROCEDURE(ptrBeta betaIn, ptrProc p, ptrListeTuple2 suspended,
   ptrListeTuple2 *pUse, int *pSameSat, ptrListeTuple3 *pEta, ptrListeTuple2
*pDef)
{
   int sameSatAux;
   ptrTuple2 pt,pt2;
   ptrListeTuple2 suspendedAux;

   fputs("\tSOLVEPROCEDURE in\n",OUT);
/* mise à jour de suspendedAux : attention copie nécessaire */
   pt= nouveauTuple2(betaIn, p);
   ajouteApresElement(suspended, pt);
   fputs("suspended dans SOLVEPROCEDURE\n",DEBUG);
   montreListeTuple2(suspended);
   do {
     SOLVEALLCLAUSES(betaIn, p, suspended, pUse, &sameSatAux, pEta, pDef);
     fputs("use après SOLVEALLCLAUSES dans SOLVEPROCEDURE\n", DEBUG);
     montreListeTuple2(*pUse);
     *pSameSat= *pSameSat && sameSatAux;
   } while (!sameSatAux);
   pt2= nouveauTuple2(betaIn, p);
   enleveTuple2(*pUse, pt2);
   enleveTuple2(suspended, pt2);
   fputs("use après avoir enlevé le tuple dans SOLVEPROCEDURE\n", DEBUG);
   montreListeTuple2(*pUse);
```

```
   fputs("suspended en sortie de SOLVEPROCEDURE\n", DEBUG);
   montreListeTuple2(suspended);
   fputs("\tSOLVEPROCEDURE out\n",OUT);
}

void SOLVEALLCLAUSES(ptrBeta betaIn, ptrProc p, ptrListeTuple2 suspended,
   ptrListeTuple2 *pUse, int *pSameSat, ptrListeTuple3 *pEta, ptrListeTuple2
*pDef)
{
   ptrBeta betaOut, betaAux;
   ptrElement pe;
   ptrClause pc;
   int compteurLocal=cptSAC++;

   fprintf(OUT,"\t\tSOLVEALLCLAUSES in #%d\n",compteurLocal);
   betaOut= nouvelleFormule(betaIn->nbXCjct);
   *pUse= nouvelleListe();
   *pSameSat= 1;  /* True */
/* pour toute clause */
   for(pe= p->plClause->tete->suivant, cptC=1;
     pe!=p->plClause->fin ;
     pe= pe->suivant) {
     pc= (ptrClause) pe->cle;
     SOLVECLAUSE(betaIn, pc, suspended, &betaAux, pUse, pSameSat, pEta,
pDef);
     fputs("betaAux après SOLVECLAUSE\n",DEBUG);
     montreFormuleBin(DEBUG,betaAux);
     fputs("betaOut avant UNION\n",DEBUG);
     montreFormuleBin(DEBUG,betaOut);
     betaOut= UNION(betaOut, betaAux);
     fputs("betaOut après UNION dans SOLVEALLCLAUSES\n",DEBUG);
     montreFormuleBin(DEBUG, betaOut);
     fputs("eta après UNION dans SOLVEALLCLAUSES\n",DEBUG);
     montreListeTuple3(DEBUG,*pEta);
   }
   if (compareBeta(betaOut, ETA(betaIn, p, *pEta))>0) {
     trieListe(betaOut->pDjct, compareCjct);
     *pEta= ADJUST(betaIn, p, betaOut, *pEta);
     fprintf(OUT, "\t\t\tADJUST #%d\n", compteurLocal);
     fprintf(DEBUG,"eta après ADJUST dans SOLVEALLCLAUSES\n");
     montreListeTuple3(DEBUG,*pEta);
     *pSameSat= 0;
   }
   fprintf(OUT,"\t\tSOLVEALLCLAUSES out #%d\n",compteurLocal);
   montreFormuleLog(OUT,betaOut);
}

void SOLVECLAUSE(ptrBeta betaIn, ptrClause pc, ptrListeTuple2 suspended,
ptrBeta *pBetaOut,
   ptrListeTuple2 *pUse, int *pSameSat, ptrListeTuple3 *pEta, ptrListeTuple2
*pDef)
{/*  pre :
   post :
*/
   ptrProc p;
   ptrBut pb;
   ptrElement pe; /* contient un but dans sa clé */
   int iGamma=1;
   ptrFormule betaExt, betaAux;
   int compteurLocal;

   compteurLocal= cptC++;
   fprintf(OUT,"\t\t\tSOLVECLAUSE %d in #%d\n",compteurLocal,compteurLocal);
   fprintf(DEBUG,"\t\t\tSOLVECLAUSE %d in
#%d\n",compteurLocal,compteurLocal);
   fputs("betaIn à l'entrée de SOLVECLAUSE\n",DEBUG);
```

```
      montreFormuleBin(DEBUG,betaIn);
   betaExt= EXTC(pc, betaIn);
   fputs("betaExt après EXTC\n",DEBUG);
   montreFormuleBin(DEBUG,betaExt);
/* pour tout but du corps */
   for(pe= pc->plBut->tete->suivant->suivant;
       pe != pc->plBut->fin;
       pe= pe->suivant) {
     fputs("but à traiter dans solveclause\n",DEBUG);
     montreBut((ptrBut) pe->cle);
     betaAux= RESTRB(pe->cle, betaExt);
     fputs("betaAux après RESTRB\n",DEBUG);
     montreFormuleBin(DEBUG,betaAux);
     fputs("gamma\n",DEBUG);
     montreFormuleBin(DEBUG, pGamma);
     pb= ((ptrBut)pe->cle);
     switch(pb->type) {
        case UNIVAR :
          betaAux= AIVAR(betaAux);
          fprintf(OUT,"\t\t\t\tAIVAR dans clause %d\n",compteurLocal);
          fputs("betaAux après AIVAR\n",DEBUG);
          montreFormuleBin(DEBUG,betaAux);
          break;
        case UNIFONCT :
          betaAux= AIFUNC(betaAux, pb);
          fprintf(OUT,"\t\t\t\tAIFUNC dans clause %d\n",compteurLocal);
          fprintf(DEBUG,"betaAux après AIFUNC dans clause
%d\n",compteurLocal);
          montreFormuleBin(DEBUG,betaAux);
          break;
        case PREDICAT :
          fputs("appel récursif à SOLVEGOAL\n",DEBUG);
          fprintf(stderr,"appel récursif à SOLVEGOAL %d\n", cptSG); PUNCH
          p= tablePred[pb->iSymbole].procedure;
          trieListe(betaAux->pDjct, compareCjct);
          SOLVEGOAL(betaAux, p,suspended, pUse, pSameSat, pEta, pDef);
          fputs("betaAux après appel récursif à SOLVEGOAL\n",DEBUG);
          montreFormuleBin(DEBUG, betaAux);
          betaAux=ETA(betaAux, p, *pEta);
          montreFormuleLog(OUT,betaAux);
          break;
        }
     betaExt= EXTB(betaExt, betaAux);
     fputs("betaExt après EXTB\n",DEBUG);
     montreFormuleBin(DEBUG,betaExt);
   }
   *pBetaOut= RESTRC(pc,betaExt);
   fputs("betaOut après RESTRC\n",DEBUG);
   montreFormuleBin(DEBUG,*pBetaOut);
   fprintf(OUT,"\t\t\tSOLVECLAUSE %d out #%d\n",compteurLocal,
compteurLocal);
   montreFormuleLog(OUT,*pBetaOut);
}

ptrListeTuple3 EXTEND(ptrBeta beta, ptrProc p, ptrListeTuple3 eta)
{/*  pre :
   post : modificateur de eta
     renvoie l'union de eta et de (beta,p,beta2) où beta2
     est le plus grand des betaOut des tuples trouvés quand on recherche
     dans eta si il existe des tuples3 de même p et de betaIn <= à beta
     sinon c'est bottom, une beta vide
*/
   ptrElement pe; /* contient un tuple3 dans sa clé */
   ptrTuple3 pt, ptMax;
   ptrBeta pbMax;
```

```
/* pbMax contient bottom, soit la liste vide */
   pbMax= nouvelleFormule(beta->nbXCjct);
/* pour tout tuple de eta */
   for(pe= eta->tete->suivant; pe != eta->fin ;pe= pe->suivant) {
     pt= (ptrTuple3) pe->cle;
/* les tuples ont même pointeur de procédure */
     if ( (p == pt->p) &&
/* les betaIn des tuples sont <= à beta */
        (compareBeta(beta, pt->beta1) >=0)) {
/* si le betaOut est > au maximum actuel */
        if (compareBeta(pbMax, pt->beta2)>0)
          pbMax= pt->beta2;
     }
   }
   ptMax= nouveauTuple3(beta, p, copieFormule(pbMax));
   insereElement(eta, ptMax, compareDomTuple3);
   return eta;
}

ptrListeTuple3 ADJUST(ptrBeta beta, ptrProc p, ptrBeta betaPrime,
ptrListeTuple3 eta)
{/*  pre:
   post:  modificateur de eta
     on remplace le beta2 des tuples de même domaine
     par le max de betaPrime et leur valeur existante
*/
   ptrTuple3 pt;
   ptrElement pe;
int i;

fputs("ADJUST in\n", DEBUG);
/* pout tout tuple de eta */
   for(pe= eta->tete->suivant;pe!=eta->fin; pe=pe->suivant) {
     pt= (ptrTuple3) pe->cle;
     if ( (p==pt->p) && ((i=compareBeta(beta, pt->beta1))<=0) )
        if (compareBeta(betaPrime, pt->beta2)>0)
          pt->beta2= copieFormule(betaPrime);
   }
   return eta;
}

ptrFormule RESTRB(ptrBut but, ptrFormule beta0)
{/*  pre : beta0 et les var de b ont même nombre de variables
   post : on renvoie une copie de beta0 restreint aux variables
    de b et ont met à jour gamma; beta0 est intacte
*/
   int iX, j;
   ptrElement pcBut, pcBeta0, pcGamma;
   ptrDjct plcBut= but->plVar->pDjct;
   ptrDjct plcBeta0= beta0->pDjct;
   ptrDjct plcGamma;
   ptrCjct pc, pci;
   ptrFormule beta1;

/* Définition de gamma */
   pGamma= nouvelleFormule(but->plVar->nbXCjct);
   for(j=1; j <= but->plVar->nbXCjct; j++)
     ajouteCFormule(pGamma, nouvelleCjct() );
   plcGamma= pGamma->pDjct;
   beta1= nouvelleFormule(but->nbVarBut);
   pc= nouvelleCjct();
/* pour toute Cjct de beta0 */
   for(pcBeta0= plcBeta0->tete->suivant;
       pcBeta0!= plcBeta0->fin ;
       pcBeta0= pcBeta0->suivant) {
     effaceCjct(pc);
```

```
/* pour tout bit de la Cjct*/
     for(iX= 1,pcGamma= plcGamma->tete->suivant;
          iX<= beta0->nbXCjct ;
          iX++, pcGamma= pcGamma->suivant) {
        if (vraiXiCjct(pcBeta0->cle, iX)) {
/* pour tout bit de la liste de var du but */
          for(pcBut= plcBut->tete->suivant, j=1;
                  pcBut!= plcBut->fin ;
                  pcBut= pcBut->suivant, j++) {
/* si les variables qui apparaissent dans beta0, soit iX, sont présentes
dans le but b */
            if (vraiXiCjct(pcBut->cle, iX)) {
                  affirmeXiCjct(pc, j);
                  affirmeXiCjct(pcGamma->cle, j);
                  }
            }
          }
        }
     insereCFormule(beta1,pc);
     }
   return(beta1);
}

ptrFormule EXTB(ptrFormule betaExt, ptrFormule betaAux)
{/*  pre :
   post : on renvoie OR des disjonctions des 2 betas
*/
   int iX;
   Cjct d;
   ptrElement pe;
   ptrDjct plcBetaExt= betaExt->pDjct;
   ptrDjct plcGamma= pGamma->pDjct;
   ptrDjct plcBetaAux;
   ptrElement pcGamma, pcBetaExt, pcBetaAux;
   ptrCjct extracteur, extrait, pcExt, pcAux;
   int existant;

   betaAux= CHGVAR(betaAux);
/* construction de l'extracteur */
   extrait= nouvelleCjct();
   extracteur= nouvelleCjct();
/* pour toute Cjct de gamma */
   for(iX= 1,pcGamma= plcGamma->tete->suivant;
        pcGamma!= plcGamma->fin ;
        iX++, pcGamma= pcGamma->suivant) {
     if (premierXiCjct(pcGamma->cle,pGamma->nbXCjct) != 0)
        affirmeXiCjct(extracteur, iX);
   }
   plcBetaAux= betaAux->pDjct;
/* pour toute Cjct de betaExt */
   pcBetaExt= plcBetaExt->tete;
   while(pcBetaExt->suivant != plcBetaExt->fin){
     pcExt= (ptrCjct) pcBetaExt->suivant->cle;
     existant= 0;
/* on extrait les bits significatifs des cjcts de betaExt */
     *extrait= *extracteur &  *pcExt;
/* pour toute Cjct de betaAux */
     for(pcBetaAux= plcBetaAux->tete->suivant;
          pcBetaAux!= plcBetaAux->fin ;
          pcBetaAux= pcBetaAux->suivant) {
        pcAux= (ptrCjct) pcBetaAux->cle;
        if (existant= !compareCjct(extrait, pcAux))
          break;
     }
     if (!existant)
        supprimeApresCFormule(betaExt, pcBetaExt);
```

```
      else
         pcBetaExt= pcBetaExt->suivant;
   }
   return betaExt;
}

ptrFormule CHGVAR(ptrFormule beta0)
{/*  pre :
   post : on étend beta0 aux variables de gamma qu'on supprime
        on renvoie beta1
*/
   int iX= 0, j;
   ptrElement pcBeta0, pcGamma;
   ptrDjct plcBeta0= beta0->pDjct;
   ptrDjct plcGamma;
   ptrCjct pc;
   ptrFormule beta1;

   plcGamma= pGamma->pDjct;
   beta1= nouvelleFormule(pGamma->nbXCjct);
   pc= nouvelleCjct();  /* à libérer */
/* pour toute Cjct de beta0 */
   for(pcBeta0= plcBeta0->tete->suivant;
        pcBeta0!= plcBeta0->fin ;
        pcBeta0= pcBeta0->suivant) {
     effaceCjct(pc
     );
/* pour toute Cjct de gamma */
     for(iX= 1,pcGamma= plcGamma->tete->suivant;
          pcGamma!= plcGamma->fin ;
          iX++, pcGamma= pcGamma->suivant) {
        if (j= premierXiCjct(pcGamma->cle, iX)) {
          if (vraiXiCjct(pcBeta0->cle, j)) {
             affirmeXiCjct(pc, iX);
             }
          }
        }
     insereCFormule(beta1,pc);
     }
   return(beta1);
}

ptrFormule AIVAR(ptrFormule beta0)
{/*  pre :
   post : constructeur de formule
        implémente uni_var, si 01 ou 10, on insère 11
   M II/31
*/
   ptrElement pd;
   ptrCjct pc, pc0;
   ptrBeta pb;

fputs("AIVAR in\n",DEBUG);
   pb= nouvelleFormule(beta0->nbXCjct);
/* pour toute Cjct de beta0 */
   for(pd= beta0->pDjct->tete;pd->suivant != beta0->pDjct->fin ;pd= pd-
>suivant) {
     pc0= (ptrCjct) pd->suivant->cle;
/* si x1 et pas x2 ou x2 et pas x1 */
     if ((vraiXiCjct(pc0,1) && !vraiXiCjct(pc0,2))
     ||  (vraiXiCjct(pc0,2) && !vraiXiCjct(pc0,1))) {
        pc= nouvelleCjct();
        affirmeXiCjct(pc, 1);
        affirmeXiCjct(pc, 2);
        insereCFormule(pb, pc);
     } else
```

```
        insereCFormule(pb, pc0);
    }
    return(pb);
}

ptrFormule AIFUNC(ptrFormule beta0, ptrBut pb)
{/*  pre :
   post : implémente uni_fonct, si x1=constante, x1
*/
    ptrDjct plc = beta0->pDjct;
    ptrCjct pc, pc2;
    int i, trouve;

/* x1 = constante */
    if (pb->nbVarBut == 1) {
      ajouteXiFormule(beta0, 1);
      return(beta0);
      }
    else {
/* rechercher 111…111 */
      pc= nouvelleCjct();
      for(i=1; i<=beta0->nbXCjct ;i++)
         affirmeXiCjct(pc,i);
      trouve= rechercheCFormule(beta0,pc);
/* retire tout ce qui commence par 0 */
      retireXiFormule(beta0, 1);
/* retire un éventuel 011…111 */
      pc2= nouvelleCjct();
      for(i=2; i<=beta0->nbXCjct ;i++)
         affirmeXiCjct(pc2,i);
      supprimeCFormule(beta0, pc2);
/* rajoute 111…111 */
      ajouteCFormule(beta0, pc);
      return(beta0);
      }
}

ptrFormule LEXT(ptrFormule pf,int nbVar)
{/*  pre : nbVar > 0
   post : on ajoute nbVar nouvelles variables libres
*/
    int i;

    for(i= 1 ; i <= nbVar ; i++) {
      ajouteXiFormule(pf, (pf->nbXCjct)+1) ;
      }
    return pf;
}

ptrFormule EXTC(ptrClause pc, ptrFormule beta0)
{/*  pre :
   post : on ajoute les variables libres du corps à celles de la tête
        on crèe une copie de beta0
*/
    int n=0;
    ptrBeta beta1;

    beta1= copieFormule(beta0);
    n= pc->nbVarCorps;
    return (n>0) ? LEXT(beta1, n) : beta1;
}

ptrFormule RESTRC(ptrClause pc1, ptrFormule beta0)
{/*  pre :
   post : créateur de beta
*/
```

```
   int i;
   ptrCjct pc0, pc;
   ptrElement pe;
   ptrBeta pb;

fputs("RESTRC in\n",DEBUG);
   pb= nouvelleFormule(pc1->nbVarTete);
   for(pe=beta0->pDjct->tete->suivant;pe!=beta0->pDjct->fin; pe= pe->suivant)
{
     pc0= (ptrCjct)pe->cle;
     pc= nouvelleCjct();
     for(i=1;i<=pc1->nbVarTete;i++)
        if (vraiXiCjct(pc0,i))
          affirmeXiCjct(pc,i);
     insereCFormule(pb, pc);
   }
   return pb;
}

ptrBeta UNION(ptrBeta beta1, ptrBeta beta2)
{
   return uniFormule(beta1, beta2);
}

ptrBeta ETA(ptrBeta beta, ptrProc p, ptrListeTuple3 eta)
{/* pre
   post : renvoie le beta2 du tuple3 dont beta1=beta et p=p
        NULL sinon
*/
   ptrTuple2 pt;
   ptrElement pe;
   ptrBeta pb;
   ptrTuple3 pt3;

   pt= nouveauTuple2(beta, p);
   pe= rechercheElement(eta, pt, compareTuple32);
   if (pe==eta->fin) {
     pb= NULL;
     assert(pb!=NULL);
   } else {
     pt3= (ptrTuple3) pe->cle;
     pb= pt3->beta2;
   }
   return pb;
}
```

3. *Opérations sur les Tuples*

a. *fichier tuplisation.h*

```
/* CE FICHIER CONTIENT LA DECLARATION DES METHODES DES OBJETS Tuple2 ET
Tuple3 */
/*   INCLUDES     */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#include <limits.h>
#include "iab.h"

/*   PROTOTYPES   */

/* Méthodes de Tuple2 */
/* Constructeur */
   ptrTuple2 nouveauTuple2(ptrBeta beta, ptrProc p);
/* Observateur */
   int compareTuple2(ptrTuple2 pTuple1, ptrTuple2 pTuple2);
```

```
/* Méthodes de ListeTuple2 */
/* Modificateur */
   ptrListeTuple2 uniListeTuple2(ptrListeTuple2 plt1, ptrListeTuple2 plt2);
   void enleveTuple2(ptrListeTuple2 use, ptrTuple2 tuple);
/* Observateur */
   int appartientTuple2(ptrTuple2, ptrListeTuple2 ensemble);
   void montreListeTuple2(ptrListeTuple2 plt);

/* Méthodes de Tuple3 */
/* Constructeur */
   ptrTuple3 nouveauTuple3(ptrBeta beta1, ptrProc p, ptrBeta beta2);

/* Méthodes de ListeTuple3 */
/* Observateur */
   int compareDomTuple3(ptrTuple3 pTuple1, ptrTuple3 pTuple2);
   int appartientDomTuple3(ptrTuple2, ptrListeTuple3);
   void montreListeTuple3(FILE *,ptrListeTuple3 plt);
   ptrFormule extraitBeta2Tuple3(ptrBeta, ptrProc, ptrListeTuple3);

/* Mixte */
   int compareTuple32(ptrTuple3 pTuple1, ptrTuple2 pTuple2);
```

b. fichier tuplisation.c

```
/* CE FICHIER CONTIENT LA DEFINITION DES METHODES DES OBJETS Tuple2 ET
Tuple3 */
#include "tuplisation.h"
#include "formulation.h"
extern FILE *fichierOut, *fichierDebug;
extern TableSymboles tablePred;

/*****************************************************/
/* OBJET: Tuple2 */
/* type Cf iab.h */

/* CONSTRUCTEUR : Tuple2 */

ptrTuple2 nouveauTuple2(ptrBeta beta, ptrProc p)
{/* pre: les 2 arguments sont définis
   post : le tuple est défini et rempli avec p et beta
*/
   ptrTuple2 pt;

   pt= (ptrTuple2) malloc(sizeof(Tuple2));
   assert(pt != NULL );
   pt->beta= beta;
   pt->p= p;
   return pt;
}

/* OBSERVATEUR de Tuple2 */

int compareTuple2(ptrTuple2 pTuple1, ptrTuple2 pTuple2)
{/*  pre : les deux arguments sont définis
   post : 0 si comparable, 1 sinon
*/
   int memeP= 0, memeBeta= 0;

   memeP= (pTuple1->p == pTuple2->p);
   if (memeP)
     memeBeta= !compareBeta(pTuple1->beta, pTuple2->beta);
   return !(memeP && memeBeta);
}
```

```
/*****************************************************/
/* OBJET: ListeTuple2 */
/* type Cf iab.h */

/* MODIFICATEUR : ListeTuple2 */

ptrListeTuple2 uniListeTuple2(ptrListeTuple2 plt1, ptrListeTuple2 plt2)
{/*  pre : plt2 ne sera jamais libéré de la mémoire
   post : la première liste devient la liste qui reprend
        l'union des tuples des deux listes (sans doublons)
*/
   ptrElement pe;

   for(pe= plt2->tete->suivant;pe != plt2->fin;pe= pe->suivant){
     insereElement(plt1, (ptrTuple2)pe->cle, compareTuple2);
   }
   return plt1;
}

void enleveTuple2(ptrListeTuple2 plt, ptrTuple2 pt)
{/*  pre : plt et pt sont définis
   post : enleve un tuple de la liste si il existe
*/
   ptrElement trouve;

   if ((trouve= rechercheAvantElement(plt, pt, compareTuple2))!= plt->fin) {
     plt->index= trouve;
     supprimeApresElement(plt);
   }
}

/* OBSERVATEUR : ListeTuple2 */

int appartientTuple2(ptrTuple2 pt, ptrListeTuple2 ensemble)
{/*  pre : pt et ensemble sont définis
   post : renvoie Vrai (1) si pt est un élément de la liste, 0 sinon
*/
   ptrElement pe;

   if ((pe= rechercheElement(ensemble, pt, compareTuple2))
     == ensemble->fin)
     return 0;
   else return 1;
}

void montreListeTuple2(ptrListeTuple2 plt)
{/*  pre : plt est défini
   post : affiche la liste de tuples dans DEBUG
*/
   ptrElement pe;
   ptrTuple2 pt;
   int i=0;

   for(pe= plt->tete->suivant ;pe != plt->fin ; pe= pe->suivant, i++) {
     pt= (ptrTuple2) pe->cle;
     fprintf(DEBUG,"\tTuple2 de symbole #%d : %s\n", pt->p->iSymbole,
tablePred[pt->p->iSymbole].symbole);
     montreFormuleBin(DEBUG,pt->beta);
   }
   fprintf(DEBUG,"\t… %d Tuple2 dans la liste\n",i);
}


/*****************************************************/
/* OBJET: Tuple3 */
```

```
/* type Cf iab.h */

/* CONSTRUCTEUR de Tuple3 */

ptrTuple3 nouveauTuple3(ptrBeta beta1, ptrProc p, ptrBeta beta2)
{/* pre: les trois arguments sont déclarés
   post : le tuple est défini et rempli des trois éléments
*/
   ptrTuple3 pt;

   pt= (ptrTuple3) malloc(sizeof(Tuple3));
   assert(pt != NULL );
   pt->beta1= beta1;
   pt->p= p;
   pt->beta2= beta2;
   return pt;
}

/* OBSERVATEUR de Tuple3 */

int compareDomTuple3(ptrTuple3 pTuple1, ptrTuple3 pTuple2)
{/*  pre : les deux arguments sont définis
   post : renvoie 0 si identiques
*/
   int memeP= 0, memeBeta= 0;

   memeP= (pTuple1->p == pTuple2->p);
   if (memeP)
     memeBeta= !compareBeta(pTuple1->beta1, pTuple2->beta1);
   return !(memeP && memeBeta);
}


/*****************************************************/
/* OBJET: ListeTuple3 */
/* type Cf iab.h */

/* OBSERVATEUR : ListeTuple3 */

void montreListeTuple3(FILE *fichier,ptrListeTuple3 plt)
{/*  pre : plt est défini
   post : montre plt dans fichier
*/
   ptrElement pe;
   ptrTuple3 pt;
   int i=0;

   for(pe= plt->tete->suivant ;pe != plt->fin ; pe= pe->suivant, i++) {
     pt= (ptrTuple3) pe->cle;
     fprintf(fichier,"\tTuple3 de symbole #%d : %s\n", pt->p->iSymbole,
tablePred[pt->p->iSymbole].symbole);
     fprintf(fichier,"\t\tbeta1\n");
     montreFormuleBin(fichier,pt->beta1);
     fprintf(fichier,"\t\tbeta2\n");
     montreFormuleBin(fichier,pt->beta2);
   }
   fprintf(fichier,"\t… %d tuples dans la liste\n",i);
}

int appartientDomTuple3(ptrTuple2 pt, ptrListeTuple3 ensemble)
{/*  pre : les deux arguments sont définis
   post : retourne Vrai (1) si pt apparait dans les deux premiers éléments
     des tuples de l'ensemble,0 sinon
*/
   return !(rechercheElement(ensemble, pt, compareTuple32)
     == ensemble->fin);
```

```
}


/* Méthode mixte */

int compareTuple32(ptrTuple3 pTuple1, ptrTuple2 pTuple2)
{/*  pre : les deux arguments sont définis
   post : renvoie 0 si identiques, 1 sinon
*/
   int memeP= 0, memeBeta= 0;

   memeP= (pTuple1->p == pTuple2->p);
   if (memeP)
     memeBeta=!compareBeta(pTuple1->beta1, pTuple2->beta);
   return !(memeP && memeBeta);
}
```

4. *Opérations sur les Betas*

a. *fichier formulation.h*

```
/* CE FICHIER CONTIENT LA DECLARATION DES METHODES DES OBJETS Cjct ET
Formule */
#if !defined(FORMCHARGE)
#define FORMCHARGE

/*   INCLUDES     */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#include <limits.h>
#include <assert.h>
#include "listeLineaire.h"
#include "iab.h"

/*   PROTOTYPES   */

/* Méthodes de Cjct */
/* Constructeur */
   ptrCjct nouvelleCjct(void);
   ptrCjct copieCjct(ptrCjct);
/* Modificateur */
   void effaceCjct(ptrCjct);
   void affirmeXiCjct(ptrCjct, int i);
   void nieXiCjct(ptrCjct, int i);
/* Observateur de Cjct */
   int compareCjct(ptrCjct pdonnee1, ptrCjct pdonnee2);
   int vraiXiCjct(ptrCjct, int i);
   int premierXiCjct(ptrCjct, int nbX);
   void montreCjctBin(FILE *, ptrCjct, int nbX);
   void montreCjctLog(FILE *, ptrCjct, int nbX);

/* Méthodes de Formule */
/* Constructeur de Formule */
   ptrFormule nouvelleFormule(int tailleCjct);
   ptrFormule copieFormule(ptrFormule);
   ptrFormule generettCFormule(int nbVar);
   ptrFormule uniFormule(ptrFormule pf1, ptrFormule pf2);
/* Modificateur de Formule */
   void insereCFormule(ptrFormule, ptrCjct);
   void ajouteCFormule(ptrFormule, ptrCjct);
   void ajouteApresCFormule(ptrFormule, ptrCjct, ptrElement);
   void supprimeCFormule(ptrFormule,ptrCjct);
   void supprimeApresCFormule(ptrFormule, ptrElement);
   void ajouteXiFormule(ptrFormule, int i);
   void retireXiFormule(ptrFormule, int i);
```

```
/* Observateur de Formule */
   int compareFormule(ptrFormule, ptrFormule);
   int compareBeta(ptrBeta beta1, ptrBeta beta2);
   int rechercheCFormule(ptrFormule, ptrCjct);
   void montreFormuleBin(FILE *,ptrFormule);
   void montreFormuleLog(FILE *,ptrFormule);

#endif
```

b. fichier formulation.c

```
/* CE FICHIER CONTIENT LES METHODES DES OBJETS Cjct ET Formule */

#include "formulation.h"
extern FILE *fichierOut, *fichierDebug;

/*****************************************************/
/* OBJET: Conjonction */
/* type Cf iab.h */

/* CONSTRUCTEUR : Conjonction */

ptrCjct nouvelleCjct(void)
{/*  Pre :
   Post : définition d'une conjonction vide, soit 0
*/
   ptrCjct pc;

   pc= (ptrCjct) malloc(sizeof(Cjct));
   assert(pc != NULL);
   *pc= 0;
   return pc;
}

ptrCjct copieCjct(ptrCjct pc0)
{/*  Pre : pc0 est défini
   Post : declaration d'une conjonction
     dont le contenu est celui de c0 qui reste intacte
*/
   ptrCjct pc1;

   pc1=nouvelleCjct();
   *pc1= *pc0;
   return pc1;
}

/* MODIFICATEUR : Conjonction */

void effaceCjct(ptrCjct pc)
{/*  pre : pc est défini
   post : efface c, soit = 0
*/
   *pc= 0;
}

void affirmeXiCjct(ptrCjct pc, int i)
{/*  pre : i <= le nombre de bits significatifs de pc et
     pc est défini
   post : si le bit représentant xi n'est pas 1, il le devient

   on effectue un OU logique entre c0 et 000100
 */
   assert( i <= MAXVARIABLES );
   *pc= ( (i>0) ? ( *pc | (1<<(i-1)) ) : *pc );
}

void nieXiCjct(ptrCjct pc, int i)
```

```
{/*  pre : i <= le nombre de bits significatifs de pc et pc est défini
  post : si le bit representant xi n'est pas 0, il le devient

  on effectue un ET logique entre c0 et 111011
 */
  assert( i <= MAXVARIABLES );
  *pc= ( (i>0) ? ( *pc & (~(1<<(i-1))) ) : *pc );
}

/* OBSERVATEUR : Conjonction */

int compareCjct(ptrCjct pc1, ptrCjct pc2)
{/*  pre : pc1 et pc2 sont définis
  post : >0 si pc1>pc2, <0 si pc1<pc2, =0 sinon
*/
  return (*pc1)-(*pc2);
}

int vraiXiCjct(ptrCjct pc, int i)
{/*  pre : i <= le nombre de bits significatifs de c
  post : vrai si le bit representant xi est a 1, faux sinon

  on effectue un ET logique entre c et 000100
 */
  assert( i <= MAXVARIABLES );
  return( (*pc) & (1<<(i-1)) );
}

int premierXiCjct(ptrCjct pc, int nbX)
{/*  pre : nbX est le nombre de bits significatifs dans la conjonction
  post : retourne le plus petit indice d'un Xi présent
    dans les nbX premiers bits de pc, renvoie 0 sinon
*/
  Cjct c;
  int i= 1;

  assert( nbX <= MAXVARIABLES );
  c= *pc;
  if (c != 0) {
    while ( ((c & 1) == 0) && (i <= nbX) ) {
      i++;
      c>>=1;
      }
    return((i > nbX) ? 0 : i);
    }
  else return 0;
}

void montreCjctBin(FILE *fichier, ptrCjct pc0, int nbX)
{/*  pre : nbX est le nombre de bits significatifs dans la conjonction
    pc0 est défini, fichier est défini
  post : affiche la conjonction pc0 et renvoie 110010 dans fichier
    pour tous les bits
*/
  int i,c;

  assert( nbX <= MAXVARIABLES );
  c= *pc0;
  fprintf(fichier,"\t%3d\t",c);
  for(i = 1; i <= nbX; i++,c>>=1)
    fprintf(fichier, "%d", c & 1);       /* 0 ou 1 */
  fprintf(fichier,"\n");
}

void montreCjctLog(FILE *fichier, ptrCjct pc0, int nbX)
{/*  pre : nbX est le nombre de bits significatifs dans la conjonction
```

```
     pc0 est défini, fichier est défini
   post : affiche la conjonction (Xi ^ … ^ Xj) dans fichier
     pour les bits à 1
*/
   int i,c;
   enum { PRIME,PASPRIME } x=PRIME;

   assert( nbX <= MAXVARIABLES );
   c=*pc0;
   fprintf(fichier,"(");
   for(i= 1;i <= nbX;i++,c>>= 1)
     if (c & 1) {
        fprintf(fichier,"%sX%d",(x==PRIME) ? "" : "^",i);
        if (x == PRIME)
          x = PASPRIME;
     } else {
        fprintf(fichier,"%s¬X%d",(x==PRIME) ? "" : "^",i);
        if (x == PRIME)
          x = PASPRIME;
     }
   fprintf(fichier,")");
}


/*****************************************************/
/* OBJET: Formule */
/* type Cf iab.h */

/* CONSTRUCTEUR : Formule */

ptrFormule nouvelleFormule(int tailleCjct)
{/*  Pre : tailleCjct <= NBVARIABLES
   Post : définition d'une formule vide,l'index pointe sur la première
*/
   ptrFormule pf;
   ptrCjct pc;

   assert( tailleCjct <= MAXVARIABLES );
   pf= (ptrFormule) malloc(sizeof(Formule));
   assert(pf != NULL);
   pf->nbXCjct= tailleCjct;
   pf->nbCjct= 0;
   pf->pDjct= nouvelleListe();
   return pf;
}

ptrFormule generettCFormule(int nbVar)
{/*  pre : f est défini et est vide
   post : génère toutes les combinaisons de nbVar variables
     soit les entiers de 1…(2^nbVar)-1
*/
   Cjct c;
   ptrFormule pf;
   double i;

   assert((int)(i= ldexp(1.0,nbVar)) <= INT_MAX);
   pf= nouvelleFormule(nbVar);
   for(c=0; c<i; c++)
     ajouteCFormule(pf,&c);
   pf->nbCjct= ((int) i);
   return pf;
}

ptrFormule copieFormule(ptrFormule pf)
{/*  pre : pf est défini
   post : crée une copie de pf
```

```
*/
   ptrFormule pf2;
   ptrElement pe;
   ptrCjct pc2;

   pf2= nouvelleFormule(pf->nbXCjct);
   for(pe= pf->pDjct->tete->suivant;
     pe != pf->pDjct->fin ;pe= pe->suivant) {
     pc2= copieCjct(pe->cle);
     ajouteCFormule(pf2, pc2);
   }
   return pf2;
}

ptrFormule uniFormule(ptrFormule pf1, ptrFormule pf2)
{/*  pre : pf1 et pf2 sont définis et ont des éléments de même taille
   post : crèe une nouvelle formule qui reprend
        l'union des conjonctions des deux formules
*/
   ptrFormule pf3= NULL;
   ptrElement pe;

   assert(pf1->nbXCjct == pf2->nbXCjct);
   pf3= copieFormule(pf2);
   for(pe= pf1->pDjct->tete->suivant;pe!=pf1->pDjct->fin;pe= pe->suivant){
     insereCFormule(pf3, (ptrCjct)pe->cle);
   }
   return pf3;
}


/* MODIFICATEUR : Formule */

void insereCFormule(ptrFormule pf, ptrCjct pc)
{/*  pre : pf est défini et pc est défini
   post : ajoute une copie de la conjonction c à f
     si elle n'y est pas déjà présente, l'index pointe dessus
*/
   ptrCjct pc1;

   pc1= copieCjct(pc);
   if (insereElement(pf->pDjct, pc1, compareCjct))
     pf->nbCjct++;
}

void ajouteCFormule(ptrFormule pf, ptrCjct pc)
{/*  pre : pf est défini et pc est défini
   post : ajoute une copie de la conjonction pc
     à la suite de l'index de pf, qui est avançé
*/
   ptrCjct pc1;

   pc1= copieCjct(pc);
   ajouteApresElement(pf->pDjct, pc1);
   pf->nbCjct++;
   pf->pDjct->index= pf->pDjct->index->suivant;
}

void ajouteApresCFormule(ptrFormule pf, ptrCjct pc, ptrElement pe)
{/*  pre : c est une conjonction définie de f qui est défini
   post : ajoute une copie de la conjonction c à f à la suite de c
*/
   ptrCjct pc1;

   pf->pDjct->index= pe;
   pc1= copieCjct(pc);
```

```
   ajouteApresElement(pf->pDjct, pc1);
   pf->nbCjct++;
}

void supprimeCFormule(ptrFormule pf,ptrCjct pc)
{/*  pre: pf et pc sont définis
   post: supprime de pf une éventuelle copie de pc
*/
   ptrElement pe;

   pe= pf->pDjct->tete;
   pf->pDjct->fin->cle= pc;
   while(compareCjct(pe->suivant->cle,pc))
     pe= pe->suivant;
   if (pe->suivant != pf->pDjct->fin)
     supprimeApresCFormule(pf,pe);
}

void supprimeApresCFormule(ptrFormule pf, ptrElement pe)
{/*  pre : pe est un élément de f qui est défini
   post : on supprime la conjonction suivant pe dans f
*/
   pf->pDjct->index= pe;
   supprimeApresElement(pf->pDjct);
   pf->nbCjct--;
}

void ajouteXiFormule(ptrFormule pf, int i)
{/*  pre : i <= nbX+1, pf est défini
   post : on elimine de f les conjonction où ¬Xi
*/
   ptrElement pe,pe1;
   ptrDjct pd;
   ptrCjct pc;

   pd= pf->pDjct;
   if (i<= pf->nbXCjct) {
     for(pe= pd->tete ; (pe->suivant) != (pd->fin) ; pe= pe1) {
       if (vraiXiCjct(pe->suivant->cle, i))
         pe1= pe->suivant;   /* K&R : 167 */
       else {
         pe1= pe;
         supprimeApresCFormule(pf, pe); /* on supprime le suivant de c */
       }
     }
   } else {
     assert(i == (pf->nbXCjct+1));
     pf->nbXCjct++;
     for(pe= pd->tete ; (pe->suivant)!=(pd->fin) ; pe= pe->suivant->suivant)
{
       pc= copieCjct(pe->suivant->cle);
       nieXiCjct(pc, i);
       ajouteApresCFormule(pf, pc, pe);
       affirmeXiCjct(pe->suivant->cle, i);
     }
   }
}

void retireXiFormule(ptrFormule pf, int i)
{/*  pre : i <= nbX, pf est défini
   post : on elimine de f les conjonction où Xi
*/
   ptrElement pe,pe1;
   ptrDjct pd;
   ptrCjct pc;
```

```
    pd= pf->pDjct;
    assert(i<= pf->nbXCjct);
    for(pe= pd->tete ; (pe->suivant) != (pd->fin) ; pe= pe1) {
      if (!vraiXiCjct(pe->suivant->cle, i))
        pe1= pe->suivant;      /* K&R : 167 */
      else {
        pe1= pe;
        supprimeApresCFormule(pf, pe); /* on supprime le suivant de c */
      }
    }
}

/* OBSERVATEUR : Formule */

int compareFormule(ptrFormule pf1, ptrFormule pf2)
{/*  pre : pf1 et pf2 sont triés et définis
    post : 0 si comparable
*/
    int comparable= 1;
    ptrElement pe1,pe2;
    ptrDjct pd1,pd2;

    if ((pf1->nbXCjct == pf2->nbXCjct) &&
      (pf1->nbCjct == pf2->nbCjct)) {
      pd1= pf1->pDjct;
      pd2= pf2->pDjct;
      for(pe1= pd1->tete->suivant, pe2= pd2->tete->suivant;
        pe1 != pd1->fin, pe2 != pd2->fin,
          comparable= !compareCjct(pe1->cle,pe2->cle);
        pe1= pe1->suivant, pe2= pe2->suivant);
      }
    return comparable;
}

int compareBeta(ptrBeta beta1, ptrBeta beta2)
{/*  pre : beta1 et beta2 sont déclarés et triés
      ou pointent vers NULL
    post : un beta vide est plus petit que tout
        >0 si beta1>beta2 ou beta1<>vide et beta2= vide
        <0 si beta1<beta2 ou beta1= vide et beta2<>vide
        =0 si beta1=beta2
*/
    ptrElement pe1,pe2;
    ptrDjct pd1,pd2;
    enum {EGALE,PREMIERE,SECONDE} betaLong;

    assert(beta1 != NULL);
    assert(beta2 != NULL);
    assert(beta1->nbXCjct == beta2->nbXCjct);
    if (beta1->nbCjct > beta2->nbCjct)
      betaLong= PREMIERE;
    else if (beta1->nbCjct < beta2->nbCjct)
      betaLong= SECONDE;
    else
      betaLong= EGALE;
    pd1= beta1->pDjct;
    pd2= beta2->pDjct;
    pe1= pd1->tete->suivant;
    pe2= pd2->tete->suivant;
    while( (pe1 != pd1->fin) && (pe2 != pd2->fin) ) {
      if ( !compareCjct(pe1->cle, pe2->cle) ) {
        pe1= pe1->suivant; pe2= pe2->suivant;
      } else
        switch(betaLong) {
          case(EGALE):  assert("betas incomparable"==0);    /* incomparable */
          case(PREMIERE):     pe1= pe1->suivant; break;
```

```
        case(SECONDE):      pe2= pe2->suivant; break;
      }
  }
  switch(betaLong) {
    case(EGALE):
      assert( (pe1==pd1->fin)&&(pe2==pd2->fin));    /* égalité */
        return 0;
    case(PREMIERE):
      if (pe2==pd2->fin)
        return 1;
      else
        assert("betas incomparable1"==0);     /* incompatible */
    case(SECONDE):
      if (pe1==pd1->fin)
        return -1;
      else
        assert("betas incomparable2"==0);     /* incompatible */
  }
}

int rechercheCFormule(ptrFormule pf, ptrCjct pc)
{/*  pre : pf et pc sont définis
  post : 0 si absent, 1 si trouvé
*/
  return (rechercheElement(pf->pDjct, pc, compareCjct) != pf->pDjct->fin);
}

void montreFormuleBin(FILE *fichier,ptrFormule pf)
{/*  pre : pf est défini
  post : affiche la formule f
*/
  ptrElement pe;
  ptrDjct pd;
  int i;

  pd= pf->pDjct;
  if (pf==NULL)
    fputs("\tformule inexistante\n",fichier);
  else if (pd->tete->suivant == pd->fin)
    fprintf(fichier,"\tformule vide de nbX=%d\n",pf->nbXCjct);
  else {
    for(pe= pd->tete->suivant, i=0 ;
      pe != pd->fin ;
      pe= pe->suivant, i++)
      montreCjctBin(fichier,pe->cle, pf->nbXCjct);
    assert(i==pf->nbCjct);
  }
}

void montreFormuleLog(FILE *fichier,ptrFormule pf)
{/*  pre : pf est défini
  post : affiche la formule f dans OUT après 3 \t
*/
  ptrElement pe;
  ptrDjct pd;
  int i;

  pd= pf->pDjct;
  fputs("\t\t\t",fichier);
  if (pf==NULL)
    fputs("formule inexistante\n",fichier);
  else if (pd->tete->suivant == pd->fin)
    fprintf(OUT,"formule vide de nbX= %d\n",pf->nbXCjct);
  else {
    for(pe= pd->tete->suivant,i=0;pe != pd->fin;pe= pe->suivant, i++) {
      if (i>0)
```

```
            fprintf(fichier," | ");
          montreCjctLog(fichier, pe->cle, pf->nbXCjct);
        }
        assert(i==pf->nbCjct);
        fprintf(fichier,"\n");
    }
}
```

5. *Opérations de parsing*

a. *fichier parser.h*

```
/* CE FICHIER CONTIENT LA DECLARATION DES FONCTIONS DE PARSING */
/* INCLUDES */
#include "iab.h"

/* PROTOTYPES */

   char *parseListeVariable(char *texte, ptrBut);
   char *parseSymbole(char *texte, ptrBut);
   char *parseUnification(char *texte, ptrBut pb);
   char *parseListe(char *texte, ptrBut pb);
   char *parseBut(char *texte, ptrClause pc);

ptrBut nouveauBut(int nbVar);
void ajouteVariableBut(int iVariable, ptrBut pb);
ptrClause nouvelleClause(int nbVarTete, int nbVarCorps);
ptrProc nouvelleProc(int symbole);
```

b. *fichier parser.c*

```
/* CE FICHIER CONTIENT LA DEFINITION DES FONCTIONS DE PARSING */
#include "iab.h"
#include "parser.h"
#include "formulation.h"

/*   VARIABLES GLOBALES       */
   extern int dernierSymbole;
   extern TableSymboles tablePred;

char *parseSymbole(char *texte, ptrBut pb)
{/*  pre : texte est le tampon-programme, pb est défini
     texte pointe avant ou sur une minuscule
   post : un symbole est lu et rangée dans pb et dans
     tablePred au besoin; on renvoie un pointeur
     vers le caractère suivant le dernier du symbole
*/
   int taille, i;
   char *symbole;
   char caractOk[] = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz_";

   assert((symbole= strpbrk(texte, caractOk))!=NULL);
/* symbole pointe sur le premier caractère d'un symbole */
   taille= strspn(symbole, caractOk);
/* taille est la taille du symbole */
   assert(taille <= LONGMAXSYMBOLE);
   for(i=1; (i<=dernierSymbole) &&
        (strncmp(symbole, tablePred[i].symbole, taille)) ;i++);
   if (i>dernierSymbole) {
     strncpy(tablePred[++dernierSymbole].symbole, symbole, taille);
     }
/* le symbole est présent dans la table en i */
   pb->iSymbole= i;
   return (symbole + taille);
}

char *parseListeVariable(char *texte, ptrBut pb)
{/*  pre: texte est le tampon-programme, pb est défini
```

```
     texte pointe avant ou sur une (
   post : une liste de variables est lue et rangée dans pb
     on renvoie un pointeur vers )
*/
   char *ouvreParenthese, *fermeParenthese, *x;
   int bienLu,d;
   ptrCjct pd;

   assert((ouvreParenthese= strpbrk(texte,"(")) != NULL);
   assert((fermeParenthese= strpbrk(ouvreParenthese,")")) != NULL);
   x= ouvreParenthese;
   while (x<fermeParenthese) {
/* avance devant X */
     x++;
     if (((x= strpbrk(x,"X")) == NULL) || (x>=fermeParenthese)) {
        break;
     }
/* lit Xi */
     assert(((bienLu= sscanf(x,"X%d",&d))==1) && (x<fermeParenthese));
     ajouteVariableBut(d, pb);
   }
   return(fermeParenthese);
}

char *parseUnification(char *texte, ptrBut pb)
{/*  pre: texte est le tampon-programme, pb est défini
     texte pointe sur X
   post : un builtIn est lu et rangé dans pb
     on renvoie un pointeur vers ) ou ] ou un chiffre
*/
   int c1,cj;
   ptrCjct pc;
   char *debut, *egal;
   char caractOk[] = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz_[X";

   assert( sscanf(texte,"X%d",&c1) == 1 );
/* rangement de la première variable de l'unification */
   ajouteVariableBut(c1, pb);
   assert((egal= strpbrk(texte,"=")) != NULL);
   assert((debut= strpbrk(egal,caractOk)) != NULL);
   if (*debut == 'X') {
     pb->type= UNIVAR;
     assert( ( sscanf(debut,"X%d",&cj)) == 1 );
/* rangement de la deuxième variable de l'unification */
     ajouteVariableBut(cj,  pb);
     return ++debut;
   } else if (*debut == '[') {
     pb->type= UNIFONCT;
     return parseListe(debut,pb);
   } else {
     pb->type= UNIFONCT;
     texte= parseSymbole(debut, pb);
     return parseListeVariable(texte, pb);
   }
}

char *parseListe(char *texte, ptrBut pb)
{/*  pre: texte est le tampon-programme, pb est défini
     texte pointe sur [
   post : une liste est lue et rangée dans pb
     on renvoie un pointeur vers ) ou ] ou un chiffre
*/
   char *fermeCrochet, *x;
   char caractOk[] = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz_[X";

   pb->iSymbole= 1;
```

```
   *texte= '(';
   assert((fermeCrochet= strpbrk(texte,"]")) != NULL);
   *fermeCrochet= ')';
   if (((x= strpbrk(texte,"X")) != NULL) && (x<fermeCrochet)) {
     return parseListeVariable(texte,pb);
   } else
     return fermeCrochet;
}

char *parseBut(char *texte, ptrClause pc)
{/*  pre: texte est le tampon-programme, pc est défini
     texte pointe avant ou sur le premier car d'un symbole
   post : un but est lu, défini et rangé dans pc
     on renvoie un pointeur vers .
*/
   char *debut, *suite;
   ptrBut pb;
   char caractOk[] = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz_X.";

   assert((debut= strpbrk(texte,caractOk)) != NULL);
   if (*debut == '.')
     return debut;
   else {
     pb= nouveauBut(pc->nbVarTete + pc->nbVarCorps);
     ajouteApresElement(pc->plBut, pb);
     pc->plBut->index= pc->plBut->index->suivant;
     if (*debut == 'X') {
        suite= parseUnification(debut,pb);
     } else {
        suite= parseSymbole(debut, pb);
        pb->type= PREDICAT;
        suite= parseListeVariable(suite, pb);
     }
     return suite;
   }
}

void ajouteVariableBut(int iVariable, ptrBut pb)
{/* pre : la liste de variables est définie dans pb
     iVariable <= MAXVARIABLES
   post : ajoute la variable iVariable à la liste
     de variables du but pb
*/
   ptrCjct pc;

   assert(iVariable <= MAXVARIABLES);
   assert(pb->nbVarBut++ < MAXVARIABLES);
   pc= nouvelleCjct();
   affirmeXiCjct(pc, iVariable);
   ajouteCFormule(pb->plVar,pc);
}
```

6. *Listes linéaires*

a. *fichier liste linéaire.h*

```
/* CE FICHIER CONTIENT LA DECLARATION DE L'OBJET LISTE ET DE SES METHODES
*/
#if !defined(LLCHARGE)
#define LLCHARGE

/*   INCLUDES     */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <stddef.h>
#include <assert.h>
```

```
/* K&R :  146, M&B :  270, S :  2 */
/* liste lineaire a un champ */

typedef struct tElement *ptrElement;     /* pointeur vers element de liste
*/
typedef struct tElement {     /* element de liste     */
   void *cle;
   ptrElement suivant;
} Element;

typedef struct tListe *ptrListe;    /* pointeur vers la liste */
typedef struct tListe {       /* liste */
   ptrElement tete;
   ptrElement index;     /* indique l'element courant de la liste */
   ptrElement fin;
} Liste;

/* PROTOTYPES */

/* Méthodes de Liste */
/* Constructeur */
   ptrListe nouvelleListe(void);
/* Modificateur */
   int insereElement(ptrListe liste, void *cle,
     int (*cmp)( void *valeurCle, void *donnee) );
   void ajouteApresElement(ptrListe liste, void *cle);
   void supprimeApresElement(ptrListe liste);
   void trieListe(ptrListe liste,int (*cmp)( void *valeurListe, void
*valeurDonnee) );
/* Observateur */
   int listeVide(ptrListe);
   ptrElement rechercheElement(ptrListe, void *cle,
     int (*cmp)( void *valeurCle, void *donnee) );
   ptrElement rechercheAvantElement(ptrListe liste, void *valeur,
     int (*cmp)( void *valeurListe, void *valeurDonnee) );

#endif
```

b. fichier liste linéaire.c

```
/* CE FICHIER CONTIENT LES METHODES DE L'OBJET Liste */

#include "listeLineaire.h"
extern FILE *fichierOut, *fichierDebug;

/*****************************************************/
/* OBJET: Liste */
/* type Cf listeLineaire.h */

/* CONSTRUCTEUR : Liste */

ptrListe nouvelleListe() {
/* Pre :
   Post :   cette fonction définit une liste vide, 2 elements sentinelles
       et un indice, le tout formant la liste chainee vide
       :  une tete et une fin; l'indice pointe sur le premier element
 S :  196
 */
   ptrListe liste;

/* allocation d'espace pour la liste */
   assert((liste=(Liste *) malloc(sizeof(Liste)))!=NULL);
/* allocation d'espace pour les elements sentinelles de la liste */
   assert(((liste->tete=(Element *) malloc(sizeof(Element)))!=NULL) &&
        ((liste->fin=(Element *) malloc(sizeof(Element)))!=NULL));
   liste->fin->suivant=liste->fin;
   liste->tete->suivant=liste->fin;
```

```
   liste->index=liste->tete;
   return(liste);
}

/* MODIFICATEUR : Liste */

void ajouteApresElement(ptrListe liste, void *valeur)
{/*  Pre : liste est défini et valeur est une copie de la clé
     index pointe vers un des elements de la liste
   Post : insere un nouvel element qui pointera sur la copie de la clé
     apres celui pointé par l'index; l'index ne bouge pas
   S :  20
*/
   ptrElement element;

/* allocation de memoire au nouvel element */
   assert((element=(Element *) malloc(sizeof(Element)))!=NULL);
   element->cle= valeur;
   element->suivant= liste->index->suivant;
   liste->index->suivant=element;
}

int insereElement(ptrListe liste, void *valeur,
     int (*cmp)( void *valeurCle, void *donnee) )
{/*  Pre : la liste est formée d'éléments uniques et
     la valeur est une copie de la clé
   Post : insere un nouvel element en fin de liste s'il n'est
     pas déjà présent auquel cas on renvoie vrai; faux (0) sinon
     l'index pointe vers l'élément
   S :  197
*/
   ptrElement element;
   int insertion;

/* allocation de memoire au nouvel element */
   if (insertion= ((liste->index= rechercheElement(liste, valeur, cmp))
        == liste->fin)) {
/* creation d'un nouvel element de fin, l'ancien contient la valeur apres la
recherche */
     assert((element=(Element *) malloc(sizeof(Element)))!= NULL);
     element->suivant= element;
     liste->fin->suivant= element;
     liste->fin= element;
   }
   return(insertion);
}

void supprimeApresElement(ptrListe liste)
{/*  Pre :  l'index pointe vers un des elements de la liste
   Post : supprime l'element suivant celui designe par l'index
   S :  20
*/
   liste->index->suivant=liste->index->suivant->suivant;
}

void trieListe(ptrListe liste,int (*cmp)( void *valeurListe, void
*valeurDonnee) )
{/*  Pre :
   Post : trie de manière croissante liste
   S :  98
*/
   ptrElement pei,pej, min;

   for(pei=liste->tete->suivant;pei->suivant!=liste->fin;pei= pei->suivant) {
     min= pei;
     for(pej=pei->suivant;pej!=liste->fin;pej= pej->suivant) {
```

```
        if (cmp(pej->cle,min->cle)<0) {
          min=pej;
        }
      }
      liste->tete->cle= min->cle;
      min->cle= pei->cle;
      pei->cle= liste->tete->cle;
    }
}

/* OBSERVATEUR : Liste */

int listeVide(ptrListe pl)
{/*  pre: pl est défini
   post : 0 si liste non vide, 1 sinon
*/
   return (pl->tete->suivant == pl->fin);
}

ptrElement rechercheElement(ptrListe liste, void *valeur,
     int (*cmp)( void *valeurListe, void *valeurDonnee) )
{/*  Pre :  cmp renvoie 0 si les valeurs sont comparables
   Post : on renvoie l'adresse du 1° élément qui correspond
        à la valeur et recherché à partir du début;
        en cas d'absence, on renvoie l'adresse de la fin qui contiendra la
valeur
   S :  195
*/
   ptrElement t;

   liste->fin->cle= valeur;
   if (listeVide(liste))
     return liste->fin;
   for(t= liste->tete->suivant;cmp(t->cle, valeur);t= t->suivant);
   return t;
}

ptrElement rechercheAvantElement(ptrListe liste, void *valeur,
     int (*cmp)( void *valeurListe, void *valeurDonnee) )
{/*  Pre :  cmp renvoie 0 si les valeurs sont comparables
   Post : on renvoie l'adresse du l'élément précédant le 1°
        à partir de la tête qui corresponde à la valeur
        à partir du début; en cas d'absence, on renvoie
        l'adresse qui précède la fin qui contiendra la valeur
   S :  195
*/
   ptrElement t;
   int i=0;

   liste->fin->cle= valeur;
   for(t= liste->tete;cmp(t->suivant->cle, valeur);t= t->suivant);
   return t;
}
```